

A.4 RTK-GPS 及びネットワーク型 RTK-GPS 測位技術

高須知二 (東京海洋大学)

ttaka@gpspp.sakura.ne.jp, <http://gpspp.sakura.ne.jp>

A.4.1 はじめに

RTK-GPS (realtime kinematic GPS) は GPS 衛星の測位信号を使ってリアルタイムで利用者受信機の位置を cm レベルの精度で決定する精密測位技術である。既に RTK-GPS は、精密測量、工事施工管理、地図作成、地殻変動計測、移動体位置計測をはじめとする多数の応用分野で利用されている。

一般的な GPS 測位では利用者受信機単独で解を得る、いわゆる単独測位の手法をとるが、RTK-GPS では固定点に設置された基準点 (基地局) と移動受信機 (ローバー) 双方の主に搬送波位相観測値を使って基線解を求める相対測位の手法を取る。基準点の観測データは通常無線通信リンクを使って移動受信機に送信されて即時に測位解が求められる。ここで搬送波位相観測値に含まれる整数バイアス決定手法が高精度化するための技術上のポイントであり過去多数の研究がなされてきた。近年になり高性能の高速 (OTF: on-the-fly) 整数バイアス決定手法が開発されて RTK-GPS がより実用的な精密測位技術に発展してきたと言える。

さて従来型の RTK-GPS では利用者自身で基準点を設置・運用する必要があった。また基準点 - 移動受信機間の距離、すなわち基線長が 10~20km を越える中長基線条件で主に大気圏の影響でその性能が悪化するという問題があった。RTK-GPS のこれらの制限を緩和して利用者により使いやすい精密測位サービスを提供する目的で 1990 年代後半からネットワーク型 RTK-GPS の研究開発が行われてきた。ネットワーク型 RTK-GPS は測位サービス提供者が運用する地域的に分散した複数の基準点 (基準点ネットワーク) の観測データを使って RTK-GPS 用補正情報を生成して利用者に提供することにより、利用者受信機単独で精密測位を実現する技術である。

本稿では、RTK-GPS 及びネットワーク型 RTK 技術の基礎について解説する。

A.4.2 RTK-GPS

A.4.2.1 背景

RTK-GPS はもともと精密測量、すなわち GPS 測量を主な応用として発展してきた精密測位技術の一つである。RTK-GPS では一般的な GPS 測位とは異なり基準点と測位点の両者に精密測位用 GPS 受信機を設置し両者の観測データを解析することにより両者の相対的な位置関係、すなわち基線ベクトルを高精度に決定する。初期の利用では受信機を静止状態に置いて長時間観測データを収集し後処理で解析を行うことが行なわれていたが、運用の効率化のために即時に解が得られる手法が求められた。また初期化と呼ばれる整数バイアス決定の高速化も重要な課題であり多数の研究により改良が加えられて、最終的に RTK-GPS 技術として結実したと言える。

RTK-GPS の構成要素を図 A.4.1 に示す。RTK-GPS では基準点で取得した観測データを無線通信リンクで移動受信機 (ローバー) に送信する。移動受信機では基準点と自身の観測データを解析しリアルタイムに精密受信機位置を決定する。ここで高速な整数バイアス決定のために、高速 (OTF: on-the-fly) 整数バイアス決定技術が使われる。

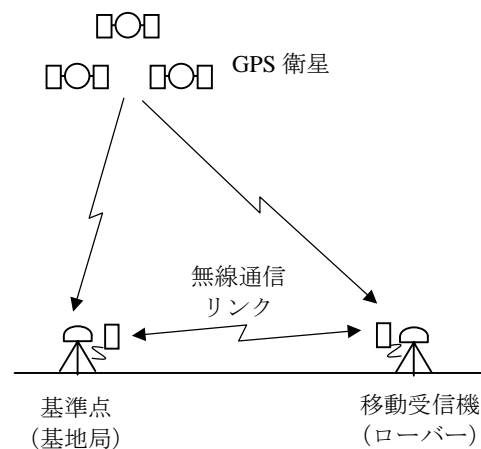


図 A.4.1 RTK-GPS の構成要素

A.4.2.2 原理

以下に RTK-GPS で使われる相対測位の原理を説明する。

GPS 受信機において得られる測位信号観測値は擬似距離 (pseudorange) 及び搬送波位相 (carrier-phase) である。擬似距離は測位コード (PRN コード) により計測された信号伝搬時間に光速を掛けたものと定義される。同様に搬送波位相は受信搬送波の位相と受信機の基準発振器位相間の差を測定したものである。どちらの観測値にも衛星-受信機間の測距情報が含まれるが搬送波位相観測値は、擬似距離に比較して高精度な測定が可能のため精密測位に利用される。

受信機 r で受信した衛星 s の擬似距離観測値 P 及び搬送波位相観測値 Φ は以下の観測方程式で表される。[1]

$$\begin{aligned} P_r^s &= \rho_r^s + c(dt_r - dT^s) + I_r^s + T_r^s + \varepsilon_p \\ \Phi_r^s &= \rho_r^s + c(dt_r - dT^s) - I_r^s + T_r^s + \lambda N_r^s + \varepsilon_\phi \end{aligned} \quad (\text{A.4.1})$$

ここで ρ は衛星-受信機間の幾何学距離 (m)、 c は光速 (m/s)、 dt 及び dT はそれぞれ受信機及び衛星時計誤差 (s)、 I 及び T はそれぞれ電離層遅延及び対流圏遅延 (m)、 λ は搬送波波長 (m)、 ε は観測誤差 (m) を表す。幾何学距離 ρ の計算手順に関しては明確に記述されている参考書が少なく間違えやすい箇所のためその方法を特に付録 A.4.A に示した。また N は搬送波位相バイアス (cycle) であり、搬送波位相観測値にのみ含まれる連続的な測定では一定値となるバイアスである。搬送波位相バイアス N は、衛星及び受信機初期位相 ϕ を使って以下で表される。

$$N_r^s = \phi_{0r} - \phi_0^s + n_r^s \quad (\text{A.4.2})$$

搬送波位相バイアスは相対測位の観測方程式において後で説明する搬送波位相観測値の二重差 (二重位相差) をとることにより初期位相項が消去されて整数となる。これを整数バイアス (整数 ambiguity) と呼びこの決定手法が長い間 RTK-GPS をはじめとする精密測位技術の主要課題であった。以下特に断らない限り搬送波位相バイアスと整数バイアスを区別しないで呼ぶ。

さて、二つの受信機 u, r でほぼ同時に測定した衛星 a, b の搬送波位相観測値を $\Phi_u^a, \Phi_u^b, \Phi_r^a, \Phi_r^b$ 、擬

似距離観測値を $P_u^a, P_u^b, P_r^a, P_r^b$ とする。ここで上付文字が衛星、下付文字が観測点を示すものとし以下の他の項でも同様とする。搬送波位相二重差 Φ_{ur}^{ab} および擬似距離二重差 P_{ur}^{ab} を以下で定義する。

$$\begin{aligned} \Phi_{ur}^{ab} &\equiv (\Phi_u^a - \Phi_u^b) - (\Phi_r^a - \Phi_r^b) \\ P_{ur}^{ab} &\equiv (P_u^a - P_u^b) - (P_r^a - P_r^b) \end{aligned}$$

ここで二重上付文字は衛星間、二重下付文字は観測点間で差をとることを示すものとし、他の項でも同様とする。(A.4.1)を使うと搬送波位相及び擬似距離二重差の観測方程式は以下の様に書ける。

$$\begin{aligned} \Phi_{ur}^{ab} &= \rho_{ur}^{ab} + c(dt_{ur}^{ab} - dT_{ur}^{ab}) - I_{ur}^{ab} + T_{ur}^{ab} + \lambda N_{ur}^{ab} + \varepsilon_{\Phi_{ur}^{ab}} \\ P_{ur}^{ab} &= \rho_{ur}^{ab} + c(dt_{ur}^{ab} - dT_{ur}^{ab}) + I_{ur}^{ab} + T_{ur}^{ab} + \varepsilon_{P_{ur}^{ab}} \end{aligned}$$

各受信機で各エポックの観測値は同時測定されることを考慮すると、

$$dt_{ur}^{ab} = (dt_u^a - dt_u^b) - (dt_r^a - dt_r^b) = 0$$

となる。また送信時刻がほぼ同時で短時間内では衛星時計は十分安定であることを考慮すると、

$$dT_{ur}^{ab} = (dT_u^b - dT_u^a) - (dT_r^a - dT_r^b) \approx 0$$

と近似できる。以上より搬送波位相及び擬似距離二重差の観測方程式は以下で表すことができる。

$$\begin{aligned} \Phi_{ur}^{ab} &= \rho_{ur}^{ab} - I_{ur}^{ab} + T_{ur}^{ab} + \lambda N_{ur}^{ab} + \varepsilon_{\Phi_{ur}^{ab}} \\ P_{ur}^{ab} &= \rho_{ur}^{ab} + I_{ur}^{ab} + T_{ur}^{ab} + \varepsilon_{P_{ur}^{ab}} \end{aligned} \quad (\text{A.4.3})$$

以上のように、搬送波位相二重差からは衛星時計誤差、受信機時計誤差項が消去されていることがわかる。また(A.4.2)を使うことにより、

$$\begin{aligned} N_{ur}^{ab} &= (N_u^a - N_u^b) - (N_r^a - N_r^b) \\ &= (\phi_{u0} - \phi_0^a + n_u^a) - (\phi_{r0} - \phi_0^a + n_u^b) \\ &\quad - (\phi_{u0} - \phi_0^a + n_u^a) + (\phi_{r0} - \phi_0^b + n_r^b) \\ &= (n_u^a - n_u^b) - (n_r^a - n_r^b) = n_{ur}^{ab} \end{aligned}$$

となるので搬送波位相バイアスの初期位相項も消去されて整数バイアスのみ残る。

さて基線 $u-r$ が十分に短い、すなわち受信機間距離が十分近い場合を考える。一般に十分近い二つの地点からほぼ同一時刻に同一衛星を観測した場合、測位信号の大気中の伝搬経路はほぼ同じになり、観測値に含まれる電離層、対流圏遅延の大きさはほぼ同一になる。すなわち、

$$\begin{aligned} I_{ur}^{ab} &= (I_u^a - I_u^{bb}) - (I_r^a - I_r^b) \approx 0 \\ T_{ur}^{ab} &= (T_u^a - T_u^b) - (T_r^a - T_r^b) \approx 0 \end{aligned}$$

と近似でき、最終的に二重差搬送波位相および疑似距離の観測方程式は以下に示す簡単な形で書くことができる。

$$\begin{aligned} \Phi_{ur}^{ab} &= \rho_{ur}^{ab} + \lambda N_{ur}^{ab} + \varepsilon_{ur}^{ab} \\ P_{ur}^{ab} &= \rho_{ur}^{ab} + \varepsilon_{P_{ur}}^{ab} \end{aligned} \quad (\text{A.4.4})$$

相対測位では以上に示した二重差観測方程式を使用することにより取扱いの難しい変数を消去して測位解を求める。

A.4.2.3 受信機位置推定

RTK-GPS では前項で示した相対測位の観測方程式を使って移動受信機位置を推定する。移動受信機位置を r_u 、搬送波 L_i の受信機間一重差整数バイアスを N_i とし推定パラメータ x 、二重差観測量ベクトル y を以下の様に置く。

$$x = (r_u^T \ N_1^T \ N_2^T)^T \quad (\text{A.4.5})$$

$$N_i = (N_{ur_i}^1 \ N_{ur_i}^2 \ N_{ur_i}^3 \ \dots \ N_{ur_i}^n)^T$$

$$y = (\Phi_1^T \ \Phi_2^T \ P_1^T \ P_2^T)^T \quad (\text{A.4.6})$$

$$\begin{aligned} \Phi_i &= (\Phi_{ur_i}^{12} \ \Phi_{ur_i}^{13} \ \Phi_{ur_i}^{14} \ \dots \ \Phi_{ur_i}^{1n})^T \\ P_i &= (P_{ur_i}^{12} \ P_{ur_i}^{13} \ P_{ur_i}^{14} \ \dots \ P_{ur_i}^{1n})^T \end{aligned}$$

(A.4.4) を使うとこの二重差観測量の観測方程式と偏微分係数行列は以下の様に書ける。

$$y = h(x) + \varepsilon$$

$$h(x) = (h_{\phi_1}(x)^T \ h_{\phi_2}(x)^T \ h_{P_1}(x)^T \ h_{P_2}(x)^T)^T \quad (\text{A.4.7})$$

$$h_{\phi_i}(x) = \begin{pmatrix} \rho_{ur}^{12} + \lambda_i(N_{ur_i}^1 - N_{ur_i}^2) \\ \rho_{ur}^{12} + \lambda_i(N_{ur_i}^1 - N_{ur_i}^3) \\ \vdots \\ \rho_{ur}^{12} + \lambda_i(N_{ur_i}^1 - N_{ur_i}^n) \end{pmatrix}, \quad h_{P_i}(x) = \begin{pmatrix} \rho_{ur}^{12} \\ \rho_{ur}^{12} \\ \vdots \\ \rho_{ur}^{12} \end{pmatrix}$$

$$H(x) = \frac{\partial y}{\partial x} = \begin{pmatrix} -L & A_1 & \mathbf{O} \\ -L & \mathbf{O} & A_2 \\ -L & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ -L & \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{pmatrix} \quad (\text{A.4.8})$$

$$\begin{aligned} L &= (e_{ur}^{12T} \ e_{ur}^{13T} \ e_{ur}^{14T} \ \dots \ e_{ur}^{1nT})^T \\ A_i &= \begin{pmatrix} \lambda_i & -\lambda_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_i & 0 & -\lambda_i & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_i & 0 & 0 & -\lambda_i & & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ \lambda_i & 0 & 0 & 0 & \dots & -\lambda_i \end{pmatrix} \end{aligned}$$

ここで e は受信機→衛星方向単位ベクトルである。また二重差観測量の観測誤差共分散行列 R は

$$R = E(\varepsilon\varepsilon^T) = \begin{pmatrix} R_{\phi_1} & & & \\ & R_{\phi_2} & & \\ & & R_{P_1} & \\ & & & R_{P_2} \end{pmatrix} \quad (\text{A.4.9})$$

$$R_{\phi_i} = \begin{pmatrix} 4\sigma_{\phi}^2 & 2\sigma_{\phi}^2 & \dots & 2\sigma_{\phi}^2 \\ 2\sigma_{\phi}^2 & 4\sigma_{\phi}^2 & \dots & 2\sigma_{\phi}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2\sigma_{\phi}^2 & 2\sigma_{\phi}^2 & \dots & 4\sigma_{\phi}^2 \end{pmatrix} \quad (\varepsilon_{\phi} \sim N(0, \sigma_{\phi}^2))$$

$$R_{P_i} = \begin{pmatrix} 4\sigma_P^2 & 2\sigma_P^2 & \dots & 2\sigma_P^2 \\ 2\sigma_P^2 & 4\sigma_P^2 & \dots & 2\sigma_P^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2\sigma_P^2 & 2\sigma_P^2 & \dots & 4\sigma_P^2 \end{pmatrix} \quad (\varepsilon_P \sim N(0, \sigma_P^2))$$

と書ける。以上の観測方程式を用いて拡張カルマンフィルタにより各エポックの未知パラメータ x の推定値 \hat{x}_k を求める。各エポック k における拡張カルマンフィルタの観測更新則は (A.4.7～9) を使って、

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^+ &= \hat{x}_k^- + K_k(y_k - h_k(\hat{x}_k^-)) \\ P_k^+ &= (I - K_k H_k(\hat{x}_k^-)) P_k^- \\ K_k &= P_k^- H_k^T(\hat{x}_k^-) (H_k(\hat{x}_k^-) P_k^- H_k^T(\hat{x}_k^-) + R_k)^{-1} \end{aligned}$$

と表され、エポック k から $k+1$ への時間更新則は、

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- &= \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_k^+ + \bar{\mathbf{x}}_{k+1} \\ \mathbf{P}_{k+1}^- &= \mathbf{F}_k \mathbf{P}_k^+ \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_k &= \text{diag}(000111\dots 1) \\ \bar{\mathbf{x}}_{k+1} &= (\bar{\mathbf{r}}_u^T 000\dots 0)^T \\ \mathbf{Q}_k &= \text{diag}(\infty\infty\infty 000\dots 0)\end{aligned}$$

で表される [2]。ここで $\bar{\mathbf{r}}_u$ は各エポックの単独測位で求めた概算受信機位置であり、キネマティック条件すなわち受信機位置の時間相関がないという条件から、各エポックの時間更新則中で受信機座標の初期推定値をこの値に毎回リセットしている。これは測位の観測方程式が受信機位置に対し非線形であり、受信機位置の十分良い初期近似解がないと計算効率が落ちる点を考慮している。また受信機座標初期分散の値も数値演算上不安定にならない程度に十分に大きな値を取る。

さて以上の拡張カルマンフィルタにより各エポックの受信機位置及び整数バイアス推定値 $\hat{\mathbf{x}}$ およびその共分散行列 \mathbf{P} を求めることができる。ここで得られる整数バイアスは整数条件の制約を考慮に入れていない実数推定値であり、同時に得られる受信機位置推定値は FLOAT 解と呼ばれる。

A.4.2.4 整数バイアス決定

まず、前項で求めた一重差整数バイアスを以下により二重差整数バイアス推定値に変換する。

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}' &= (\hat{\mathbf{r}}_u^T \hat{N}_{ur1}^{12} \hat{N}_{ur1}^{13} \dots \hat{N}_{ur1}^{ln} \hat{N}_{ur2}^{12} \hat{N}_{ur2}^{13} \dots \hat{N}_{ur2}^{ln})^T \\ &= \mathbf{D} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{Q} &= \mathbf{D} \mathbf{P} \mathbf{D}^T\end{aligned}\tag{A.4.10}$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & & \\ & \mathbf{D}_1 & \\ & & \mathbf{D}_2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{D}_i = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{pmatrix}$$

ここで \mathbf{D} は一重差 \rightarrow 二重差変換行列である。

過去、多数の整数バイアス決定手法が研究されているがここでは RTK-GPS の OTF (on-the-fly) 整数バイアス決定に最も良く使われていると思われる整数最小二乗法を解説する。整数最小二乗法は観測誤差が正規分布に従い、かつ全ての整数

バイアスを同時決定する条件において理論的に最大の決定正解率を与える。

まず (A.4.10) を以下のように書き換えて推定値およびその共分散行列を実数変数と整数変数に分離する。

$$\hat{\mathbf{x}}' = (\hat{\mathbf{r}}_u^T \hat{\mathbf{N}}^T)^T, \quad \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_r & \mathbf{Q}_{rN} \\ \mathbf{Q}_{Nr} & \mathbf{Q}_N \end{pmatrix}\tag{A.4.11}$$

整数最小二乗法では以下 (A.4.12) の条件を満足する、すなわち実数推定誤差共分散により定義された距離で測って実数解 $\hat{\mathbf{N}}$ に最も近い整数解 \mathbf{N} をその最適整数解 $\tilde{\mathbf{N}}$ とする。

$$\tilde{\mathbf{N}} = \arg \min_{\mathbf{N} \in \mathbf{Z}} \left\| \hat{\mathbf{N}} - \mathbf{N} \right\|_{\mathbf{Q}_N}^2\tag{A.4.12}$$

以上の条件を満たす整数解を求めるためには、通常あらかじめ探索空間を定めてその空間内の各整数解毎に全ての評価関数を計算しその中で最も小さい解を選択するという探索手法がとられる。ただし一般に推定値ベクトルの次数が増えるにつれこの探索空間のサイズが爆発的に増大し、実用的な計算時間内で解が得られないということが起こる。従ってここで効率的な探索手法を採用することが実用的な整数バイアス決定では必須であり、過去多数の研究がある。

整数最小二乗法の例としてこれらの中で比較的ポピュラーだと思われる LAMBDA 法 (least-square ambiguity decorrelation adjustment) について概要を解説する。なお詳細な手順や導出については文献 [3] を参照のこと。

通常、整数最小二乗法の入力となる実数推定値 (FLOAT 解) の誤差は相互に大きな相関を持っておりこれが整数解の探索空間を拡大して探索効率を悪化させる。そのため LAMBDA では最初に \mathbf{Z} 変換 (無相関化) と呼ぶ変換によりこの探索空間を縮小する。LAMBDA ではこの変換として整数格子点を整数格子点に変換してかつ評価関数値を変えない整数 unimodular 変換が使われる。さらにこの中でも可能な限り変換後の誤差相関が小さくなる変換を選ぶための特別の手順が定められている。この手順により変換が決定するとそれを使って探索空間の変換を行い、変換後空間内で整数解の探索が行われる。この探索にあっても計算効率化のために自動的に探索空間を狭めるような巧妙な手順が定められている。変換

後空間内での最適整数解が求まるとこの解を逆変換により元の探索空間における整数解に戻して最終的な整数解が求められる。LAMBDAの手順を図 A.4.2 に示す。

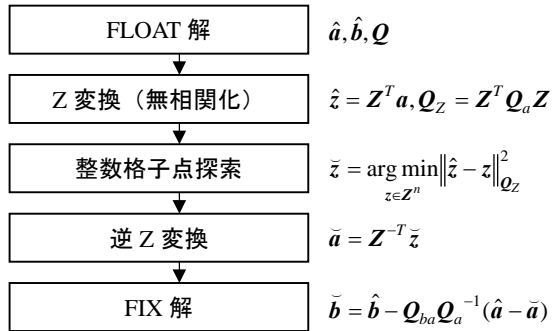


図 A.4.2 LAMBDA 手順

以上の手順で整数バイアスの最適整数解 \tilde{N} が求まるがこれらの解には信頼性の低い解も含まれる。整数バイアスを誤って解いた解をミス FIX 解と呼ぶが、通常ミス FIX 解では測位精度が大きく劣化するので、整数バイアス解の信頼度の検定を行い信頼度の低い解を排除する手順が取られる。この検定手法については整数バイアス決定と同様に幾つかの手法が存在するがこの例として整数最小二乗法と併用されることの多い ratio-test を紹介する。ratio-test では実数解 \hat{N} 、最適整数解 \tilde{N} 、次善整数 \tilde{N}_2 解を使って以下により解の信頼性を評価し解の可否を判定する。

$$\frac{\|\hat{N} - \tilde{N}_2\|_{Q_N}^2}{\|\hat{N} - \tilde{N}\|_{Q_N}^2} > \beta \quad (\text{A.4.13})$$

ここで β は検定スレッシュホールドであり経験的に 2~5 程度の固定値が使われる。この検定で不合格となった場合には FIX 解の代わりに FLOAT 解を最終解として出力する場合がある。ratio-test 以外の検定手法として difference-test、F-ratio test、W-test 等がある。

以上で検定に合格した整数バイアスの整数解が求まるため、以下に従い受信機位置の FIX 解 \tilde{r}_u を求める。

$$\tilde{r}_u = \hat{r}_u - Q_{Nr} Q_r^{-1} (\hat{N} - \tilde{N}) \quad (\text{A.4.14})$$

A.4.2.5 RTK-GPS 補正情報

RTK-GPS の場合、無線通信リンクを使って基準点から移動受信機に対し補正情報を送信し、移動受信機でその補正情報と自身の観測データを使って測位解を求める。この補正情報としては基準点の搬送波位相、擬似距離観測値そのものを使うことが多いが、幾つかの理由から補正情報を生観測値ではなく、観測値を加工した特別の補正情報として送信する場合がある。この補正情報の中で重要な搬送波位相補正量、擬似距離補正量について説明する。

搬送波位相補正量、擬似距離補正量は以下で定義される。

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_r^s &= \rho_r^s + c(dt_r - dT^s) - \Phi_r^s \\ \Delta P_r^s &= \rho_r^s + c(dt_r - dT^s) - P_r^s \end{aligned} \quad (\text{A.4.14})$$

ここで幾何学距離 ρ は放送暦による衛星位置を使用して求める。また衛星時計誤差 dT も航法メッセージの衛星時計パラメータを使って求める。受信機時計誤差 dt は単独測位等で推定した値を用いる。ここで擬似距離補正量 ΔP は DGPS 測位で使われる PRC (pseudorange correction) とほぼ同じ定義である。これらの搬送波位相補正量、擬似距離補正量を送信する場合には、補正量作成時に使用した放送暦を識別するため使用した放送暦の IOD (issue of data) を同時送信する。移動受信機ではこの IOD を基に使用する放送暦を選択し処理を行なう。なおこれらの搬送波位相補正量、擬似距離補正量を補正情報とする場合でも (A.4.4) に示す相対測位の観測方程式の形に変形することができるが容易に理解できる。

さて、複数メーカーの RTK-GPS 用受信機間での相互運用性を確保するために RTK-GPS 用補正情報の標準化が行なわれている。特に補正メッセージ形式については米国 RTCM (Radio Technical Commision For Maritime Service) SC-104 が規格化を行なっており、その形式が RTK-GPS 用補正情報の事実上の標準となっている。多くの RTK-GPS 用受信機では独自のプロトコルに加えて RTCM 形式の補正情報がサポートされている。RTCM SC-104 はもともとは DGPS の規格であったがバージョンが上がるにつれて RTK-GPS 用の機能が取り入れてきており、現在主要規格の最新版は ver.2.3 /4/ となっている。表 A.4.1 に RTCM SC-104 ver.2.3 で定

められた主なメッセージ種別を示す。これらのメッセージのうち Type-18/19 が RTK-GPS 用生搬送波位相及び擬似距離観測値、Type-20/21 が搬送波位相補正量および擬似距離補正量である。その他 RTK-GPS では基準点位置を送信するために RTCM Type-3/22 メッセージが使われる。

なお RTCM SC-104 規格として ver.2 とは別により新しい規格である ver.3 が既に発行されており、現在の最新版は ver.3.1 /5/ となっている。RTCM ver.3 は ver.2 と比較してメッセージ伝送効率を高めた新しい圧縮形式のフォーマットが取り入れられており ver.2 とは互換性がない。また ver.3.1 ではネットワーク型 RTK-GPS 用補正情報メッセージの機能が一部に取り入れられている。

表 A.4.1 RTCM SC-104 v.2.3 主なメッセージタイプ

Message Type	Message
1	Differential GPS Corrections
2	Delta Differential GPS Corrections
3	GPS Referential GPS Corrections
5	GPS Constellation Health
6	GPS Null Frame
7	DGPS Radiobeacon Almanac
9	GPS Partial Correction Set
14	GPS Time of Week
15	Ionospheric Delay Message
16	GPS Special Message
17	GPS Ephemerides
18	RTK Uncorrected Carrier Phases
19	RTK Uncorrected Pseudorange
20	RTK Carrier Phase Corrections
21	RTK/Hi-Accuracy Pseudorange Corrections
22	Extended Reference Station Parameters *
23	Antenna Type Definition Record *
24	Antenna Reference Point (ARP) *
59	Proprietary Message

* Tentative

A.4.3 ネットワーク型 RTK-GPS

A.4.3.1 背景

前項までに説明した RTK-GPS は、特定の応用に対しては十分に実用的な機能・性能を提供してくれるが、広汎な応用に利用するにあたっては幾つかの制約条件や問題点を抱えている。主な問題点としては以下が上げられる。

(1) 基準点設置・運用コスト

基準点および基準点－移動受信機間の無線通信リンクを利用者が設置・運用しなければならない。これは利用者コストを引き上げる。

(2) 基線長制限

基準点と移動受信機間の距離（基線長）が長くなるに従い、主に大気圏の影響によりその性能（測位精度、初期化時間、FIX 率等）が劣化する。一般には 10～20 km 程度以上の基線では実用的な性能を維持するのは難しい。

(3) 利用可能エリアの制限

(1)(2)より広域、例えば数 100 km 程度のエリアで RTK-GPS 測位を可能にするためには多数基準点を含めた大規模なシステムが必要になる。

これらの問題点を克服し RTK-GPS 技術をより広汎な応用に普及させる目的で 1990 年代後半から研究開発されてきた技術がネットワーク型 RTK-GPS（Network RTK または Network-based RTK）である。この技術は主に以下の様な目的で開発されている。

(1) 基準点の共同利用

既存あるいは新規設置した GPS 観測点ネットワークを基準点として共同利用しその観測データから生成した補正情報を全利用者に配信する。これにより利用者は単独受信機と通信機器のみ用意すれば良いことになり、RTK-GPS の利用コストが大幅に削減される。

(2) 利用可能エリアの拡大

多数基準点を設置する代わりに空間的により疎な基準点の観測データを補間して使用することにより所要基準点数を削減する。これにより現実的な規模のシステムで広範囲なエリアで RTK-GPS を利用することが可能になる。

A.4.3.2 システム構成

典型的なネットワーク型 RTK-GPS システムの構成例を図 A.4.3 に示す。

このシステムでは広域に設置された基準点ネットワークで収集された GPS 観測データがデータセンタに集められ、ネットワーク型 RTK-GPS サーバで処理され RTK-GPS 補正情報が生成される。生成された補正情報は無線通信ネットワークを介して利用者に配信される。利用者はこの補正情報を受信し移動受信機の観測データと共に処理することにより測位解を求める。これらのシステムのうち基準点ネットワーク、データセンタ、無線通信ネットワークは通常サービス提供者が

用意するため、利用者は単独受信機および無線通信機器のみ用意するだけでよい。

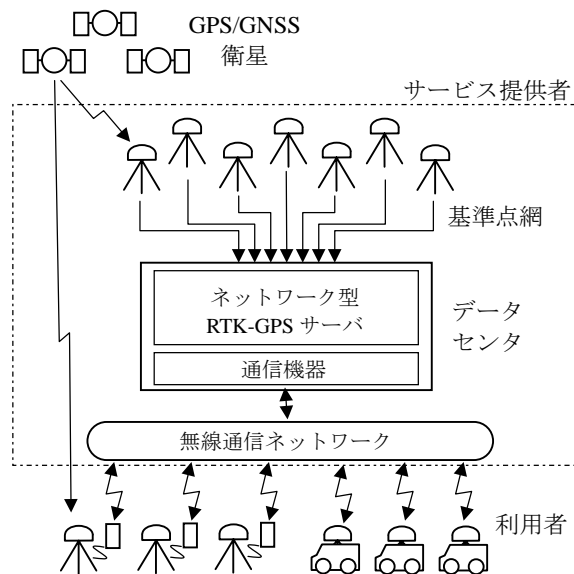


図 A.4.3 ネットワーク型 RTK-GPS システム構成例

現行のネットワーク型 RTK-GPS では基準点ネットワークの観測データは以上のようにデータセンターのサーバで一括処理される場合が多い。このサーバ用ソフトウェアの代表的な製品としては Trimble 社の RTKNet、Geo++社の GNSMart /6/ が上げられる。

ネットワーク型 RTK-GPS 技術の有効性が検証され、同時に標準的なサーバ用ソフトウェア製品が開発・販売されると共に、これらを使用して商用のネットワーク型 RTK-GPS サービスを提供する位置情報サービス事業者が現れてきた。このサービスは従来の測位技術では十分な精度が得られなかった応用分野を中心としてその利用者が拡大している。

特に日本では国土地理院により 1990 年代から測地基準点整備と地殻変動観測を主目的にして全国に 1000 点を超える稠密な電子基準点網 /7/ が整備されてきており、電子基準点観測データの民間への配信サービスが 2002 年に開始された /8/ という背景もあり、電子基準点を基準点ネットワークとして利用した商用のネットワーク型 RTK-GPS サービスが、既に幾つかの位置情報サービス事業者により開始されている。/9/ /10/ /11/

A.4.3.3 原理

ネットワーク型 RTK-GPS は従来の RTK-GPS の問題点を克服するためその技術を拡張したものである。その技術の核となる部分は基準点ネットワークに含まれる複数基準点の実観測値から RTK-GPS 用補正情報をどう生成するかという点にある。ここでこの補正情報を利用者にどのような形式で送信するかは、いくつかの異なる方式が存在するが、それらの補正情報生成の基本的な原理は殆ど同一である。ここではその原理をできるだけ単純化して説明する。

A.4.2.2 で示したように従来の RTK-GPS では通常単一の基準点と移動受信機観測値との間で二重差観測値を生成することにより、搬送波位相観測値、擬似距離観測値から各種誤差項を消去して、解くべき観測方程式を単純化していた。これは、誤差項の空間的な相関が高く、距離が近い受信機の観測値に含まれる誤差項の大きさがほぼ同一の値をとるという性質を利用している。一般に RTK-GPS 性能は基線長が延びるにつれて劣化するが、これは二重差処理によるこの消去効果がうまく働かなくなる、すなわち受信機間誤差項の差が無視できないほど大きくなることに起因している。これらの誤差項のうち主なものは以下の通りである。

- (1) 電離層遅延
- (2) 対流圏遅延
- (3) 衛星軌道誤差（に起因する疑似距離誤差）

ネットワーク型 RTK-GPS 技術は、移動受信機位置におけるこれらの誤差項の大きさを、受信機周囲の複数の基準点観測値の補間によって推定した補正情報を生成し、移動受信機でその補正情報を使って補正を行なうことにより最終的に短基線条件 RTK-GPS と同等条件の観測方程式に帰着させるという原理に基づいている。

ネットワーク型 RTK-GPS の原理を説明するため、図 A.4.4 に示す単純なモデルを考える。図の中心近くに移動受信機 (●) があり、これを囲むように 3 つの基準点 RS0、RS1、RS2 (○) が設置されている場合を想定する。また各基準点の位置は十分な精度で既知として、基準点 RS0 を基準とした局地水平面座標系での RS1、RS2 の位置をそれぞれ (x_1, y_1) および (x_2, y_2) とする。ここで解きたい問題は 3 つの基準点の実観測データを使って移動受信機位置 (x, y) 位置の誤差

項を推定することである。

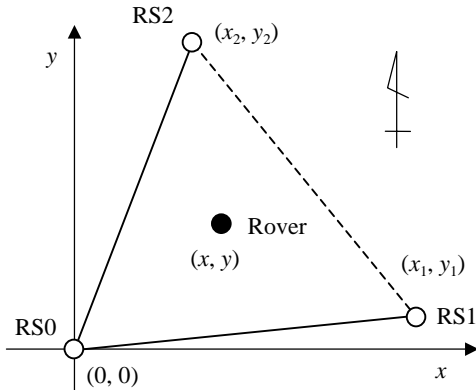


図 A.4.4 基準点及び移動受信機の配置

まず各基準点の衛星 s の実搬送波位相観測値 Φ から搬送波位相補正量 $\Delta\Phi$ を生成する。

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{R0}^s &= \Phi_{R0}^s - \rho_{R0}^s + cdT^s \\ \Delta\Phi_{R1}^s &= \Phi_{R1}^s - \rho_{R1}^s + cdT^s \\ \Delta\Phi_{R2}^s &= \Phi_{R2}^s - \rho_{R2}^s + cdT^s\end{aligned}\quad (\text{A.4.16})$$

ここで放送暦による衛星位置を使用して幾何学距離 ρ を求める。また衛星時計誤差 dT も航法メッセージの衛星時計パラメータを使って求める。さてこの搬送波位相補正量の衛星 $a-b$ 間一重差は以下の観測方程式で表せる。

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{R0}^{ab} &= \delta\rho_{R0}^{ab} - I_{R0}^{ab} + T_{R0}^{ab} + \lambda N_{R0}^{ab} + \varepsilon_\phi = \Delta_{R0}^{ab} + \lambda N_{R0}^{ab} + \varepsilon_\phi \\ \Delta\Phi_{R1}^{ab} &= \delta\rho_{R1}^{ab} - I_{R1}^{ab} + T_{R1}^{ab} + \lambda N_{R1}^{ab} + \varepsilon_\phi = \Delta_{R1}^{ab} + \lambda N_{R1}^{ab} + \varepsilon_\phi \\ \Delta\Phi_{R2}^{ab} &= \delta\rho_{R2}^{ab} - I_{R2}^{ab} + T_{R2}^{ab} + \lambda N_{R2}^{ab} + \varepsilon_\phi = \Delta_{R2}^{ab} + \lambda N_{R2}^{ab} + \varepsilon_\phi\end{aligned}$$

ここで $\delta\rho$ は放送暦の衛星軌道誤差および衛星時計パラメータ誤差に起因する疑似距離誤差、 I は電離層遅延、 T は対流圏遅延であり、 Δ はそれらの合計を表している。さて基準点から構成される三角形内において、この誤差項合計 Δ が水平位置に依存して線形に変動すると仮定する。仮定から移動受信機位置 (x, y) における誤差項合計 Δ は、

$$\Delta_u^{ab} = \Delta_{R0}^{ab} + \alpha_1 \Delta_{R1}^{ab} + \alpha_2 \Delta_{R2}^{ab}\quad (\text{A.4.17})$$

と書くことができる。ここで係数 α は以下の線型

方程式を解くことにより求める。

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

さて、以上を使って任意位置の搬送波位相補正量を求めることを考える。ここで各基準点でサイクルスリップは発生しないものとし、かつ $RS0-RS1$ 、 $RS0-RS2$ 基線における整数バイアスが既に解かれてその整数解が得られていると仮定する。

$$N_{R0R1}^{ab} = N_{R0}^{ab} - N_{R1}^{ab}, \quad N_{R0R2}^{ab} = N_{R0}^{ab} - N_{R2}^{ab}$$

であることを使うと、移動受信機位置の衛星間一重差搬送波位相補正量は、

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_u^{ab} &= \Delta_u^{ab} + \lambda N_{R0}^{ab} \\ &= \Delta\Phi_{R0}^{ab} + \alpha_1 (\Delta\Phi_{R1}^{ab} + \lambda N_{R0R1}^{ab}) + \alpha_2 (\Delta\Phi_{R2}^{ab} + \lambda N_{R0R2}^{ab})\end{aligned}\quad (\text{A.4.18})$$

と書くことができる。ここで移動受信機位置の搬送波位相補正量に含まれる整数バイアスは基準局 $R0$ と同一であるとしている。さて適当な制約条件において衛星間一重差搬送波位相補正量を衛星毎の搬送波位相補正量に分解する。例えば全衛星の搬送波位相補正量の合計が 0 であるという制約を追加することにより以下により搬送波位相補正量を求めることができる。

$$\begin{pmatrix} \Delta\Phi_u^1 \\ \Delta\Phi_u^2 \\ \Delta\Phi_u^3 \\ \vdots \\ \Delta\Phi_u^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta\Phi_u^{12} \\ \Delta\Phi_u^{13} \\ \vdots \\ \Delta\Phi_u^{1n} \\ 0 \end{pmatrix}\quad (\text{A.4.19})$$

なおここで全衛星観測補正量に同一オフセットが加算されるが、これは $RTK-GPS$ の二重差観測量計算時に消去されるため最終的な $RTK-GPS$ 解に影響は与えない。

さて以上の手順で任意位置の衛星毎搬送波位相補正量を求めることができるので任意位置の仮想基準点の搬送波位相観測値も以下により求

めることができる。

$$\Phi_u^s = \rho_u^s - cdT^s + \Delta\Phi_u^s \quad (\text{A.4.20})$$

以上では移動受信機位置の搬送波位相補正量または仮想基準点観測量を求める手順を説明したが、これらの手順は全て最終的に RTK-GPS と同一の手順で高精度測位解を得るための工夫であった。すなわち複数基準点の搬送波位相観測値には異なる値の整数バイアスが含まれるが、単純な補間法ではこれらの整数性が失われ、利用者が整数バイアスを解くことができなくなるため、いったんこれらを同一値に統一してから補間を行うという手法をとっている。通常ネットワーク型 RTK-GPS の補正情報には搬送波位相補正情報と疑似距離の補正情報が含まれる。疑似距離観測値には搬送波位相とは異なり整数バイアスは含まれないため、実基準点観測値を単純に補間することによりその補正情報を生成することができる。ここで使われる補間手法については搬送波位相と同様である。

さて、ネットワーク型 RTK-GPS 補正情報生成に当たって以上で説明を省略した重要な事項について以下に補足する。

(1) 補間手法

以上の説明では搬送波位相観測値に含まれる誤差項合計 Δ が受信機の水平位置に対して線形に変動するという仮定をおいて、複数実基準点観測値から得られた誤差項を任意位置に線形補間した。この仮定は十分狭い範囲の基準点を使う場合に成り立つが、現実のネットワーク型 RTK-GPS の利用環境で成立するかはきちんと確認する必要がある。特に電離層遅延に関しては電離層電子密度の空間的均一性が地域、時間帯、太陽活動状態等、によって大きく変動することが知られており、場所、時期によっては単純な補間方法では現実の変動を反映できない可能性も考えられる。この補間誤差が最終的なネットワーク型 RTK-GPS の性能を規定するため、補間手法の比較評価も行なわれている。4 点以上の実基準点を使った高次補間が使われる場合もある。ここでは補間手法の詳細は説明せず比較よくまとまっていると思われる文献を上げるにとどめる。誤差項の空間変動については文献 /12/ を、補間手法の比較評価については文献 /13/ を参照のこと。

(2) 基準点間基線整数バイアス決定

以上の説明では既に基準点間基線の整数バイアスが解かれてその整数解が得られている前提で補正情報を生成する手順について述べた。現実のネットワーク型 RTK-GPS では数 10 km~100 km 程度の間隔の基準点ネットワークが使われることが多く、いわゆる中長基線条件となるためこれら基準点間基線における整数バイアスのリアルタイム決定は単純な課題ではない。この程度の基線長では通常電離層、対流圏、衛星軌道誤差の影響を無視できない。そのため、二周波受信機を使用して、電離層、対流圏、衛星軌道誤差について適当なモデル化を行い、整数バイアス決定と同時に、電離層、対流圏モデルパラメータを推定する手法が取られる。これらのパラメータは原理的には単一基線の基準点観測値からのみ推定することができるが、少数の観測値では必ずしも推定条件が良くないため、現実のネットワーク型 RTK-GPS では多数基準点の観測データを収集し一括処理して全パラメータを同時決定することが行われる。衛星軌道誤差に関してはリアルタイムで利用可能な精密暦を使用する場合もある。ただし現実のネットワーク型 RTK-GPS における基準点間基線整数バイアス決定手法については必ずしも十分な情報が公開されている訳ではなく、その内容は不透明な部分が多い。

(3) 二周波補正情報の生成

二周波の観測値は観測値に含まれる電離層遅延を補正するために使われる場合が多い。従って短基線条件の RTK-GPS では二周波受信機の利用が必須という訳ではない。ただし一周波受信機に比較して二周波受信機を利用することにより RTK-GPS における OTF 整数バイアスの決定性能が大幅に改善されることが知られている。特に移動体測位に RTK-GPS を応用する場合にはサイクルスリップが頻発するが多いため、実用的にはほぼ二周波受信機が必須と考えて良い。ネットワーク型 RTK-GPS の基準局では(2)で述べた理由により二周波受信機の利用が必須であるため、必然的に L1/L2 二周波のネットワーク型 RTK-GPS 補正情報が得られることになる。これらの二周波の補正情報を利用者へ送信する場合、いったんこれらの補正情報を電離層依存項と電離層非依存項に分離する場合がある。すなわち搬送波位相補正量を補正情報とする場合、

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{LC} &= C_1\Delta\Phi_{L1} + C_2\Delta\Phi_{L2} \\ \Delta\Phi_{LG} &= \Delta\Phi_{L1} - \Delta\Phi_{L2}\end{aligned}\tag{A.4.21}$$

$$C_1 = f_{L1}^2 / (f_{L1}^2 - f_{L2}^2), C_2 = -f_{L2}^2 / (f_{L1}^2 - f_{L2}^2)$$

の様に電離層依存項と電離層非依存項に分離して送信し、移動受信機で、

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{L1} &= \Delta\Phi_{LC} + C_2\Delta\Phi_{LG} \\ \Delta\Phi_{L2} &= \Delta\Phi_{LC} - C_1\Delta\Phi_{LG}\end{aligned}\tag{A.4.22}$$

の様に L1/L2 毎の補正情報に再構成して各周波数観測値の補正に使用する。これらは補正情報の内容という意味では等価であるが、伝送データ量を削減できるという意味がある。すなわち、電離層非依存項には高速に時間変動する衛星時計誤差項が含まれており、高レートでの補正情報更新が必要になるが、電離層依存項は一般にこれに比較してその時間変動が緩やかであり、これらを分離することにより電離層依存項の更新頻度を下げ、全伝送データ量を削減できるメリットがある。

A.4.3.4 補正情報方式

以上で基準点ネットワーク観測値を使って RTK-GPS 補正情報を生成することができるが、これらを実際に利用者へ送信する際の形式としては幾つかの方式がありそれぞれに特徴がある。以下に主な補正情報方式について説明する。

(1) VRS (vertical reference station) 方式 /5/

補正情報として移動受信機近傍に仮想的な基準点 (VRS) を生成しその仮想基準点の搬送波位相観測値・擬似距離観測値または搬送波位相・擬似距離補正量を送信する方式。VRS 方式補正情報の概念を図 A.4.5 に示す。

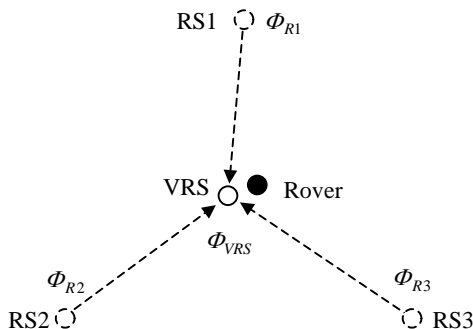


図 A.4.5 VRS 方式補正情報概念

ここで仮想基準点の位置を決定するため、利用者は単独測位等で求めた移動受信機の概略位置をネットワーク型 RTK-GPS サーバに送信する。サーバは周囲の実基準点観測データを基にして、移動受信機近傍に置いた仮想基準点観測値を生成して利用者受信機に送信する。利用者インタフェースを RTCM ver.2.3 Type-18/19 または 20/21 等、通常の RTK-GPS と同一にすることができるため、既存の RTK-GPS 用受信機がそのまま利用できるというメリットがある。その反面、双方向通信リンクが必要な点、移動体測位利用に難がある点がデメリットとなる。なお VRS という用語自体がこの方式を開発した Trimble/Terrasat 社の登録商標となっている。

(2) FKP 方式 /6/

補正情報として実基準点観測の搬送波位相・擬似距離補正量とそれを中心とした補正量平面 (東西・南北) 勾配を利用者に送信する方式。この補正量勾配を FKP (面補正パラメータ) と呼んでいる。FKP の決定に当たっては実基準点周囲の複数基準点観測値を利用して最小二乗的に線形補間係数を求める。利用者はこれらの補正情報から移動受信機位置の補正值を計算し、RTK-GPS 測位解を求める。FKP 方式の概念図を図 A.4.6 に示す。

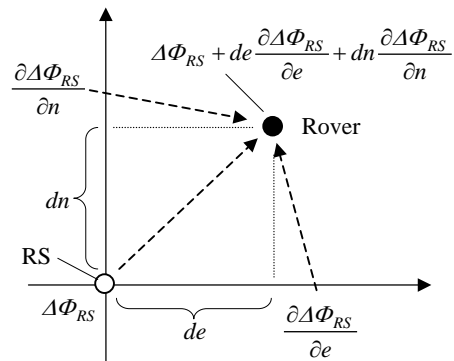


図 A.4.6 FKP 方式補正情報

VRS 方式と比較して、片方向通信リンクを使用できるため、比較的狭い範囲であれば放送メディアで補正情報を送信できる点がメリットとなる、逆に補正值計算のため既存 RTK-GPS 用受信機に外部機器を付加する必要がある点がデメリットとなる。なお RTK-GPS 用受信機の中には FKP 補正情報を直接処理でき外部機器が不要なものもある。独 Geo++社が開発した方式である。な

お補正メッセージ形式は RTCM SC-104 ver.2.3 Type-59 (プロプライエタリメッセージ) を使っておりその内容はまだ RTCM の正式規格とはなっていない。

(3) MAC (master auxiliary correction) 方式 /14/ 補正情報として、マスタ基準点の搬送波位相・擬似距離補正量とマスタ基準局と複数のスレーブ基準点間補正量差を利用者に送信する方式。利用者はこれらの補正情報から移動受信機位置の補正値を計算する。

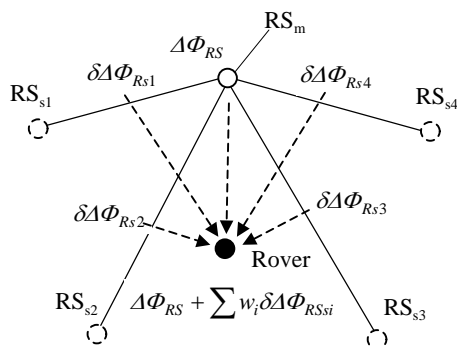


図 A.4.7 MAC 補正情報

メリット・デメリットは FKP 方式と同様であるが、FKP 方式と比較し、複数基準局補正量が利用者に提供されるため、より広域で補正情報が有効である点、利用者が補間方法を選べるためより最適な補間方法が使える点、高圧縮メッセージ形式を採用しているため通信量が削減できる点がメリットとなる。なお補正メッセージ形式は RTCM SC-104 ver.3.1 /5/ Type-1014~1017 として規格化されている。

以上の補正情報方式はネットワーク型 RTK-GPS 普及の初期には各社が開発したネットワーク型 RTK-GPS 方式そのものとして捉えられることが多かったが、前に述べたように実際に原理そのものの差は殆どない。実際、最近の各社ネットワーク型 RTK-GPS サーバソフトウェアでは、複数の補正情報方式をサポートするものが増えてきており、現在では単なる補正メッセージ形式の差として捉える方が現実に即している。

A.4.4 おわりに

以上、RTK-GPS 及びネットワーク型 RTK 技術の基礎について解説してきた。

RTK-GPS は現在のところ専用受信機が高価である等の理由で、一般測位用として普及しているという訳ではないが、今後新しい民生用測位信号を備えた近代化 GPS、Galileo、GLONASS、準天頂衛星等の利用可能な衛星や測位信号の数が増えるにつれて、その適用可能領域が拡大して更に多くの応用分野で利用されていくことが期待されている。特にネットワーク型 RTK-GPS は数多くの利用者に、より安価で使い易い精密測位サービスを提供するという意味で RTK-GPS 技術の普及に大きく寄与してきた。今後の技術進展と共に利用者にとってより使い易いサービスを展開することができれば、将来的には現在使われている擬似距離を使った GPS 測位に取って代わって、RTK-GPS による cm 精度の精密測位技術が一般測位用として多くのデバイスに標準装備される可能性も有り得る様に思える。

本稿が少しでもこれらの技術発展に寄与できることを願っている。

付録 A.4.A 幾何学距離の計算

幾何学距離 (geometric distance) は、信号受信時刻の受信アンテナ位相中心位置と、信号送信時刻の衛星アンテナ位相中心位置と間の慣性座標系での距離として定義される。定義より受信機 r と衛星 s 間の幾何学距離は以下で表される。

$$\rho_r^s = \left\| \mathbf{r}'_r(t_r) - \mathbf{r}'^s(t^s) \right\| = \left\| \mathbf{U}(t_r)\mathbf{r}(t_r) - \mathbf{U}(t^s)\mathbf{r}^s(t^s) \right\|$$

ここで t_r 、 t^s は (真の) 信号受信・送信時刻、 $\mathbf{r}'_r(t)$ 、 $\mathbf{r}'^s(t)$ は時刻 t における ECI 座標系での受信機位置・衛星位置、 $\mathbf{r}_r(t)$ 、 $\mathbf{r}^s(t)$ は時刻 t における ECEF 座標系での受信機位置・衛星位置、 $\mathbf{U}(t)$ は時刻 t における ECEF→ECI 座標系変換行列である。座標系として信号受信時刻の ECEF 座標系を取り、極運動や地球自転軸の変動を無視すると、幾何学距離は以下で近似できる。

$$\begin{aligned} \rho_r^s &\approx \left\| \mathbf{r}_r(t_r) - \mathbf{R}_Z(\omega_E(t_r - t^s))\mathbf{r}^s(t^s) \right\| \\ &\approx \left\| \mathbf{r}_r(t_r) - \mathbf{R}_Z(\omega_E \rho_r^s / c)\mathbf{r}^s(t^s) \right\| \end{aligned}$$

ここで \mathbf{r}_r^s は信号受信時刻 ECEF 座標系における衛星→受信機ベクトル、 ω_E は地球自転角速度、 $\mathbf{R}_Z(\theta)$ は z 軸周りの座標系回転行列である。また信号送信時刻 t^s は以下の逐次近似計算で求める。

$$t^s = \bar{t}_r - P_r^s / c - dT(t^s)$$

ここで、 \bar{t}_r は受信機時計で測った信号受信時刻、 P_r^s は疑似距離観測値であり、衛星時計誤差 $dT(t^s)$ は航法メッセージの衛星時計補正パラメータにより求める。別解として回転座標系で表した電波伝搬経路長が相対論効果 (Sagnac 効果) により変化したと見なし、以下に従い ECEF 座標系での距離と補正項の和で近似する場合がある。

$$\rho_r^s \approx \left\| \mathbf{r}_r(t_r) - \mathbf{r}^s(t^s) \right\| + \frac{\omega_E(x^s y_r - y^s x_r)}{c}$$

ここで

$$\mathbf{r}_r(t_r) = (x_r, y_r, z_r)^T, \mathbf{r}^s(t^s) = (x^s, y^s, z^s)^T$$

なお、これら式のどれを使っても十分な精度内でそれらの結果は一致する。

参考文献

- 1/ P.J.G. Teunissen et al., (ed), GPS for Geodesy, 2nd Edition, Springer, 1998
- 2/ A.Gelb ed., Applied Optimal Estimation, The M.I.T. Press, 1974
- 3/ P.J.G.Teunissen, The least-square ambiguity decorrelation adjustment: a method for fast GPS ambiguity estimation, J.Geodesy, Vol.70, 1995
- 4/ RTCM Recommended Standards for Differential GNSS (Global Navigation Satellite Systems) Service Version 2.3, Radio Technical Commission For Maritime Service, August 20, 2001
- 5/ RTCM Standard 10403.1 for Differential GNSS (Global Navigation Satellite Systems) Services - Version 3, Radio Technical Commission For Maritime Service, October 27, 2006
- 5/ U.Vollath et al., Multi-Base RTK Positioning Using Virtual Reference Stations, ION GPS 2000
- 6/ G.Wubbena et al., RTK Networks based on Geo++ GNSMART - Concepts, Implementation, Results, ION-GPS01, 2001
- 7/ 国土地理院測地観測センター, 電子基準点 1,200 点の全国整備について, 国土地理院時報 103 集, 2004
- 8/ 青木, 電子基準点の整備状況と配信サービス概要, GPS/GNSS シンポジウム 2004
- 9/ 木元, 独自 VRS 方式によるネットワーク型配信システム, GPS/GNSS シンポジウム 2004
- 10/ 山本, 電子基準点を利用した新しいデータ配信サービスについて, GPS/GNSS シンポジウム 2004
- 11/ 白井, FKP 方式による高精度 GPS 測位サービス, GPS/GNSS シンポジウム 2004
- 12/ J.F.Raquest, Development of a Method for Kinematic GPS Carrier-Phase Ambiguity Resolution Using Multiple Reference Stations, PhD Thesis, UCGE Reports No.20116, 1998
- 13/ L.Dai et al., A Study on GPS/GLONASS Multiple Reference Station Techniques for Precise Real-Time Carrier Phase-Based Positioning,
- 14/ H.-J.Euler et al., Study of a Simplified Approach in Utilizing Information from Permanent Reference Station Array, ION GPS 2001