

搬送波位相測定値による精密測位の理論及び解析処理

Precise positioning theory and analysis with carrier-phase measurements

高須知二 (技術コンサルタント)

Tomoji Takasu (Technical Consultant)

E-mail: ttaka@gpspp.sakura.ne.jp, URL: <http://gpspp.sakura.ne.jp>

目 次

A.4.1	はじめに	1
A.4.2	精密測位のモデル	1
A.4.2.1	擬似距離及び搬送波位相	1
A.4.2.2	幾何学距離	2
A.4.2.3	衛星軌道及び衛星時計	3
A.4.2.4	電離層遅延	5
A.4.2.5	対流圏遅延	6
A.4.2.6	受信アンテナ位相中心	7
A.4.2.7	衛星アンテナ位相中心	8
A.4.2.8	局位置変動	9
A.4.2.9	Phase Wind-up 効果	9
A.4.2.10	相対論効果	10
A.4.2.11	マルチパス及び観測誤差	10
A.4.2.12	線形結合	11
A.4.3	パラメータ推定の手法	12
A.4.3.1	最小二乗法	12
A.4.3.2	カルマンフィルタ	12
A.4.4	相対測位	13
A.4.4.1	二重差	13
A.4.4.2	相対測位の手法	14
A.4.4.3	整数不定性決定	15
A.4.4.4	相対測位の応用	15
A.4.5	精密単独測位(PPP)	15
A.4.5.1	精密単独測位の手法	15
A.4.5.2	精密単独測位の応用	17
A.4.6	精密解析の実際	18
A.4.6.1	観測データ	18
A.4.6.2	観測データの編集	19
A.4.6.3	単独測位による概略値計算	19
A.4.6.4	受信機時計飛びの検出と修正	19
A.4.6.5	サイクルスリップの検出と修正	20
A.4.6.6	パラメータ推定	23
A.4.6.7	アウトライアの検出と除去	23
A.4.6.8	精密解析の例	23
A.4.7	おわりに	24
A.4.付	座標系の定義と変換	25
	参考文献	26

Rev. 1.0

A.4 搬送波位相測定値による精密測位の理論及び解析処理

高須知二 (技術コンサルタント)

ttaka@gpspp.sakura.ne.jp

A.4.1 はじめに

本稿では GPS/GNSS による精密測位の理論及び解析処理の手法について解説する。ここで精密測位とは一般に GPS/GNSS の搬送波位相測定値を使用した高精度測位技術を指している。

最初に精密測位の理論として搬送波位相の定義と精密測位に使用される各種精密モデルにつき解説する。ここで精密モデルには、幾何学距離、衛星軌道・衛星時計誤差、電離層遅延、対流圏遅延、アンテナ位相中心、観測局位置変動、Phase Wind-up 効果、相対論効果、マルチパス・観測誤差等が含まれる。

次に精密測位に使用される未知パラメータ推定手法として最小二乗法およびカルマンフィルタについて概略を紹介する。

次に最も一般的な精密測位である相対測位の原理と手法そしてその応用について説明する。ここで相対測位における主要課題である整数不定性決定問題については他稿に譲り詳しくは述べない。また精密単独測位 (PPP) の原理と手法、その応用について触れる。

最後にサイクルスリップ検出・修正を含めた精密解析の実際について解説し、筆者が現在開発中の精密解析ソフトウェア GpsTools (GT) を使って解析を実施した例についても紹介する。

なお本文中で座標系の変換がしばしば必要となるが、座標系の定義とその変換については付録にまとめて示している。

A.4.2 精密測位のモデル

精密測位では mm レベルの精度を達成するため使用するモデルに厳密な取り扱いが必要になる。以下に精密測位に使用されるモデルにつき説明する。

A.4.2.1 擬似距離及び搬送波位相

一般的な GPS/GNSS 受信機において得られる測位信号の測定値は擬似距離 (pseudorange) と呼ばれる。擬似距離は GPS/GNSS 衛星から送信された測位信号中の PRN (Pseudo-Random Noise) コードと呼ぶ測位コードにより測定された衛星

と受信機間の測位信号伝搬時間に光速を掛けたものと定義される。擬似距離を P (m) としてその観測モデルは以下のように表すことができる。

$$P = c(t_r - t^s) + \varepsilon_p = \rho + c(dt - dT) + I + T + \varepsilon_p \quad (\text{A.4.1})$$

ここで c は真空中での光速 (m/sec)、 t_r, t^s はそれぞれ受信機時計、衛星時計で測った測位信号の観測時刻及び送信時刻である。また ρ は衛星と観測点間の幾何学距離 (m)、 dt は受信機時計誤差 (sec)、 dT は衛星時計誤差 (sec)、 I は電離層遅延 (m)、 T は対流圏遅延 (m)、 ε_p はマルチパスを含んだ擬似距離観測誤差 (m) を表している。

現在の GPS 衛星からは L1、L2 帯という二周波マイクロ波の搬送波を使って測位信号が送信されているが、一般的な GPS/GNSS 受信機で利用可能な測位コードは L1 帯を使って送信される C/A コードのみである。なお今後打ち上げられる GPS 衛星では新しい搬送波や測位コードの追加が計画されている。

さて主に精密測量を目的とする精密測位用 GPS/GNSS 受信機は擬似距離に加えて搬送波位相 (carrier phase) と呼ばれる観測量を測定する機能を持つ。搬送波位相とは受信機で復調した測位信号の搬送波位相角を連続的に測定したものである。搬送波位相には擬似距離と同様に衛星と観測点間の距離情報が含まれているが、擬似距離に比較して高精度な測定が可能のため精密測位に使用される。搬送波位相を L (m) として、その観測モデルは以下のように表すことができる。

$$L = \lambda \Phi = \rho + c(dt - dT) - I + T + \lambda N + \varepsilon_L \quad (\text{A.4.2})$$

搬送波位相 Φ は cycle を単位にして測定されることが多いが、計算の取り扱いが楽なように搬送波波長 λ (m) を掛けて単位を距離の dimension に変換している。なおここでは A.4.2.6 以降に示す精密補正項は省略している。

搬送波位相には擬似距離とは異なり搬送波位相バイアスと呼ぶ連続的な測定では固定値となるバイアスが含まれている。搬送波位相バイアス N (cycle)は受信機初期位相 ϕ_{0r} (cycle)、衛星初期位相 ϕ_0^s (cycle) 及び整数不定性 (Integer Ambiguity) n を使って以下のように表すことができる。

$$N = \phi_{0r} - \phi_0^s + n \quad (\text{A.4.3})$$

搬送波位相バイアスは、後で示す相対測位において、搬送波位相の二重差をとることにより受信機および衛星初期位相の項が消去されて整数となるが、差をとらない場合には一般には整数にはならない。この点、誤って記述されている文献が多いので注意のこと。より厳密な、搬送波位相及び搬送波位相バイアスの定義とモデルの導出については1/1が詳しい。

測位信号が一時的に途切れたり、あるいは観測雑音が大きくなったりして、受信機において搬送波位相の測定が連続に行えなくなった場合に、搬送波位相バイアスの整数不定性 n に新しい値が導入され、搬送波位相測定値が飛ぶことがある。この現象をサイクルスリップ (cycle slip) と呼ぶ。サイクルスリップの検出と修正は搬送波位相を使用した精密解析の重要な課題のひとつであり A.4.6.5 で再び解説する。

精密測位用 GPS/GNSS 受信機には L1、L2 帯二周波測位信号の擬似距離及び搬送波位相を測定できるものがあり二周波受信機と呼ばれる。二周波の測位信号は後で述べる様に、電離層遅延の大きさが搬送波周波数に依存することを利用して、主に搬送波位相に含まれる電離層遅延の補正に使用される。

搬送波位相測定における観測誤差 ε_L は通常は cm 以下の値であり、他の項を十分な精度で与えることにより cm 以下の精度で衛星と観測点間の距離を測定することができる。

A.4.2.2 幾何学距離

幾何学距離 ρ は衛星と観測点間の物理的な距離を表すものである。より厳密には幾何学距離は測位信号送信時の衛星アンテナ位相中心位置と測位信号受信時の受信アンテナ位相中心位置の間の慣性空間上での距離として定義される。以下単に衛星位置、観測点位置と言った場合は以上の意味を示すものとする。

幾何学距離 ρ (m) は以下に示す光差方程式 (Light-Time Equation) と呼ぶ方程式を解くことにより求められる。

$$\rho = \left| \mathbf{r}_r(t) - \mathbf{R}_Z(\omega_E \tau) \mathbf{r}^s(t - \tau) \right| \quad (\text{A.4.4})$$

$$t = t_r - dt, \quad \tau = \rho / c$$

ここで \mathbf{r}^s , \mathbf{r}_r は地球固定座標系での衛星及び観測点位置(m)を示す。また t は測位信号受信時刻であり、受信機時計で測った観測時刻 t_r から受信機時計誤差 dt (sec) を引いたものである。 τ は電波伝搬時間(sec)であり幾何学距離を光速で割ったものに等しい。

幾何学距離と座標系との関係を図 A.4.1 に示す。この図において実線が測位信号受信時刻 t の地球固定座標系、点線が測位信号送信時刻 $t - \tau$ の地球固定座標系である。

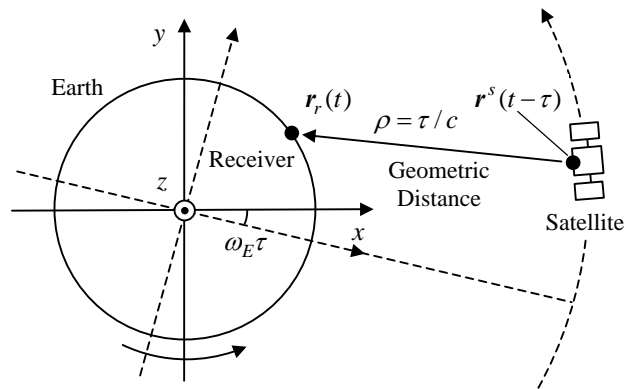


図 A.4.1 幾何学距離と座標系の関係

図に示すように、 ω_E を地球自転角速度(rad/sec)として、地球自転により電波伝搬の間に地球固定座標系は慣性座標系に対し $\omega_E \tau$ (rad) 回転する。(A.4.4)における測位信号送信時の衛星位置の計算にはその座標系回転分の補正 $\mathbf{R}_Z(\omega_E \tau)$ が含まれている。ここで $\mathbf{R}_Z(\theta)$ は θ を回転角とした z 軸回りの座標系回転行列であり以下で定義される。

$$\mathbf{R}_Z(\theta) \equiv \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

極運動により地球自転軸と地球固定座標の z 軸は、厳密には一致しないが、 τ は十分小さい値のためここではその差は無視している。

さて、(A.4.4)を解くことにより幾何学距離 ρ を求めることができるが、この方程式は両辺に ρ を含むためそのままでは解くことができない、従って数値計算上は概略値を初期値にして逐次近似計算により解く。GPS の軌道では電波伝搬時間 τ の値は 0.1 sec 以下の値であり、 $\tau=0$ を初期値にしても 3~4 回の繰り返し計算で十分な精度で ρ を求めることができる。(A.4.4)を解くことにより電波伝搬時間 τ が求められ同時に測位信号送信時刻及びその時刻における衛星位置も得られる。

ここで、(A.4.4)式を解くためには受信機時計誤差 dt の値が必要になるが、精密測位ではこの値は別途、擬似距離測定値と放送暦を使った単独測位で求めることが多い。現在の S/A オフの環境での単独測位による受信機時計誤差の推定精度は 100 nsec 程度であるが、GPS 衛星の運動速度は 4 km/sec 程度、地球の自転による観測点の移動速度も赤道上で 500m/sec 程度であり、単独測位により求めた値でも(A.4.4)を解くには十分な精度を有している。ここで単独測位については本稿の範囲外であり適当な文献を参照のこと。なお、受信機時計誤差 dt の大きさは多くの受信機で数 msec 以下に保たれており、衛星位置を放送暦で与える場合などで精度を要求されない場合にはこの項を無視することもある。

精密測位において衛星位置 \mathbf{r}^s は通常既知の値として衛星軌道情報から求める。観測点位置 \mathbf{r}_r は既知の値として与えられる場合と未知パラメータとして推定する場合がある。未知パラメータとして推定する場合、観測点が地球に対し静止しており観測点位置 \mathbf{r}_r が時刻に関わらず一定の値の場合をスタティック測位、観測点が移動体であり観測点位置 \mathbf{r}_r が時刻によって変動する場合をキネマティック測位と呼ぶ。キネマティック測位で求められる観測点位置 \mathbf{r}_r は時計誤差を含んだ受信機時計に同期した時刻 t での値が得られることに注意すべきである。高速移動体の位置を時計誤差を含まない時刻で求めたい場合、補間等により受信機時計誤差を補正するか適当な運動モデルを導入する必要がある。

さて、観測点位置 \mathbf{r}_r を未知パラメータとして推定する場合に、幾何学距離 ρ を観測点位置 \mathbf{r}_r で偏微分した係数 $\partial\rho/\partial\mathbf{r}_r$ が必要になるので以下に示しておく。

$$\frac{\partial\rho}{\partial\mathbf{r}_r} = \frac{(\mathbf{r}_r(t) - \mathbf{R}_z(\omega_E\tau)\mathbf{r}^s(t-\tau))^T}{\rho} \quad (\text{A.4.5})$$

(A.4.5)でわかる様に $\partial\rho/\partial\mathbf{r}_r$ は衛星から観測点を見た視線方向の単位ベクトルとなる。また対流圏遅延等を求める際に観測点から見た衛星の方位・仰角の値が必要になるのでその計算も示しておく。観測点から見た衛星の方位・仰角 Az, El は以下により求められる。

$$\begin{aligned} \mathbf{r}^{s'} &= \mathbf{E}_r(\mathbf{R}_z(\omega_E\tau)\mathbf{r}^s(t-\tau) - \mathbf{r}_r(t)) \equiv (x^s, y^s, z^s)^T \\ Az &= \text{ATAN2}(x^s, y^s) \\ El &= \arcsin \frac{z^s}{|\mathbf{r}^{s'}|} \end{aligned} \quad (\text{A.4.6})$$

ここで方位角 Az は北を 0 として時計回りで角度を測る。また \mathbf{E}_r は地球固定座標系から観測点の局地座標系への座標系回転行列、 $\mathbf{r}^{s'}$ は局地座標系での衛星位置を示している。局地座標系と衛星方位・仰角の関係を図 A.4.2 に示す。

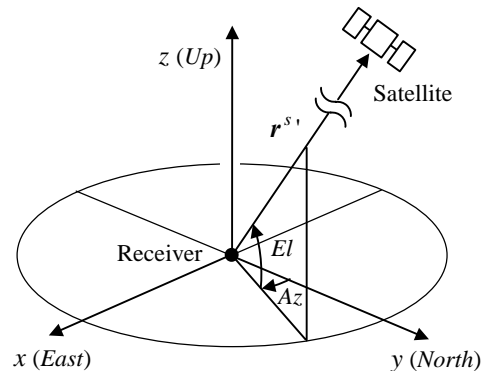


図 A.4.2 局地座標系と衛星方位・仰角

衛星の方位・仰角を求める際に、より精密には光行差(Aberration)や大気による伝搬経路の曲がりを考慮に入れる場合があるが、GPS/GNSS による精密測位では通常そこまでの精度は必要としないためここではそれらの効果は無視している。

A.4.2.3 衛星軌道及び衛星時計

任意の時刻 t における衛星位置 \mathbf{r}^s 及び衛星時計誤差 dT を求めるためには放送暦または精密暦を使用する。

放送暦は GPS/GNSS 衛星から送信される測位

信号中の航法メッセージに含まれる衛星軌道情報である。放送暦はもともと一般ユーザ向け単独測位用の衛星軌道情報であり、現在の精度は衛星位置で数 m、衛星時計誤差で 10nsec 程度の値である。放送暦は精密測位においても短基線の相対測位に使われることがあるが、長基線の相対測位や精密単独測位に使用するには精度が不足している。放送暦から衛星位置、衛星時計誤差への変換については適当な文献を参照のこと。

精密暦は放送暦に比べてより高精度な衛星軌道情報である。現在最も一般的に使用されている精密暦は IGS(International GNSS Service)が作成・提供している IGS 精密暦であり衛星軌道情報に加えて高精度の衛星時計情報も提供されている。

IGS 精密暦は全世界の 300 局以上の観測局網から得られたデータを使って後処理の精密解析により求められたものであり、インターネットを介して無料で一般に公開されている^{/2/}。準拠する基準座標系は ITRF2000 であり最新の IGS 基準座標系は IGB00 と呼ばれる。現在の IGS 精密暦は提供タイミングに応じて大きく 3 つの種類に分けられる。そのうち Ultra-Rapid には決定値に加えて高精度の予報値が含まれているため原理的にはリアルタイムでの利用が可能となる。IGS 精密暦の種類を表 A.4.1 に示す。

表 A.4.1 IGS 精密暦の種類 (2005 年 10 月現在)

種類		Final (最終暦)	Rapid (速報暦)	Ultra-Rapid (超速報暦)	
		決定値	決定値	決定	予報
決定/予報値		決定値	決定値	決定	予報
時間遅れ		13 日	17 時間	3 時間	即時
提供頻度		1 週間毎	1 日毎	6 時間毎	
時間 間隔	軌道	15 分	15 分	15 分	
	時計	5 分	5 分	15 分	
精度	軌道	<5cm,	<5cm	<5cm	10cm
	時計	<0.1ns	0.1ns	0.2ns	5ns

時間遅れは平均値、精度は公称精度

IGS 精密暦以外にもいくつかの各国機関や研究所が独自に決定した高精度の衛星軌道情報を提供しているが IGS 精密暦ほど一般的ではない。

さて、精密暦の衛星軌道及び衛星時計情報は放送暦とは異なり一定時間間隔の衛星位置および衛星時計誤差として与えられる。従って任意の時刻の衛星位置及び衛星時計誤差は適当な補間により求める必要がある。

衛星軌道の補間に関しては通常ラグランジェ補間等の多次多項式補間が使われる。IGS 精密

暦の 15 分間隔値であれば、概ね 10 次以上の多項式を使うことにより十分な精度の補間が可能である。ここで精密暦で与えられる衛星位置は地球固定座標系での衛星重心位置であり衛星アンテナ位相中心オフセットの補正が必要になることに注意する必要がある。詳細は A.4.2.7 で再度説明する。

衛星時計誤差の補間に関しては、時計安定度に依存して衛星により異なるが、現在の IGS 精密暦の 5 分間隔または 15 分間隔値では十分な精度の補間は難しい。従ってより短い時間間隔で解析を行う場合には他のより時間分解能の高い衛星時計情報を使用する必要がある。なお相対測位では後で示すように二重差により衛星時計誤差項を消去して解析するため衛星時計情報は必要としない。

ここで衛星時計誤差について若干補足する。精密暦の衛星時計誤差は GPS 時刻に同期した値が与えられるが、測位計算で必要となるのは測位信号送信時刻の値であり精密暦の時刻とはずれがある。ただし 0.1 sec 程度の時間内では衛星時計は十分に安定であると考えられるのでその程度の時刻差であれば近い時刻の精密暦の値をそのまま使用しても誤差は無視できる。また精密暦の衛星時計誤差からは相対論効果による時計変動が除去されているため、実際の使用にあたってはこの補正を行う必要がある。相対論効果の補正については A.4.2.10 で説明する。

通常の測位では必要ないが、精密時刻決定等の目的で精密暦を使う場合には精密暦が準拠している時刻系及び時計の定義に注意する必要がある。現在の IGS 精密暦が準拠している時刻系は概ね GPS 時刻に一致しているが厳密には異なり IGST または IGRT と呼ばれる。また時刻の絶対値決定には擬似距離測定値が使われるが、異なる測位コードの擬似距離測定値間には主にコード間の電子回路遅延差に起因する擬似距離バイアスと呼ぶバイアスが存在するためその補正が必要となる。さらに精密解析で使われる時計誤差は衛星・受信アンテナ位相中心で定義されるため実際の時計とはケーブル遅延、回路遅延分の差がある。精密時刻決定時には以上を十分考慮する必要がある。IGS 精密暦が準拠する時刻系の厳密な定義については^{/3/}が詳しい。

ところで衛星の軌道維持のためにしばしば **Repositioning** と呼ばれる軌道制御が行われることがある。また搭載時計の切り替え等が原因でま

れに衛星時計が大きな飛びを起こすことがある。そしてこれらの予期されない現象が発生した場合に放送暦や精密暦予報値の衛星軌道や衛星時計には異常に大きな誤差が含まれる場合があり、その大きさは最大で 1000 m 以上にも及ぶ。これらの異常値を検出して異常衛星の観測データを除外する等の処置をしないと測位解に大きな誤差を生じることがあるので注意する必要がある。

A.4.2.4 電離層遅延

GPS/GNSS 衛星から送信された測位信号の電波は受信機に届くまでに電離層を通過しその影響を受ける。電離層は地球大気上層の分子、原子が太陽光線を受けイオンと電子に電離したもので高度約 50~1000 km に分布している。

高次項を無視すると、GPS/GNSS の測位信号で使われる L 帯マイクロ波において電離層遅延 I (m) は以下のように表すことができる。

$$I = \frac{40.3}{f^2} \int Ndl = \frac{40.3 \times 10^{16}}{f^2} TEC \quad (\text{A.4.7})$$

ここで f は搬送波周波数(Hz)である。TEC は電離層に存在する電子密度 N を電波伝搬経路に沿って積分した値で総電子数(TEC: Total Electron Content)と呼ばれ $TECU=1 \times 10^{16}$ electron/m² を単位として表される。(A.4.1),(A.4.2)に示したように電離層遅延 I は擬似距離測定においては群遅延としてプラスの影響、搬送波位相測定においては位相が進むことによりマイナスの影響を与えることに注意のこと。電離層の高次項の影響も含めて GPS/GNSS による測位に対する電離層の影響に関しては/4/が詳しい。

さて(A.4.7)に示したように電離層遅延はほぼ搬送波周波数 f の二乗に反比例する。従って二周波の搬送波位相に適当な係数を掛けて加算することによりその影響の大部分を消去することができる。この線形結合を電離層フリー線形結合(Ionosphere-Free Linear Combination)と呼び GPS/GNSS の精密解析において最も重要な基本観測量である。L1、L2 搬送波位相の電離層フリー線形結合 LC (m) の定義と観測モデルを以下に示す。

$$\begin{aligned} LC &\equiv C_1 L_1 - C_2 L_2 \\ &= \rho + c(dt - dT) + T + N_{LC} + \varepsilon_{LC} \end{aligned} \quad (\text{A.4.8})$$

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} & C_2 &= \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \\ N_{LC} &= C_1 \lambda_1 N_1 - C_2 \lambda_2 N_2 \end{aligned}$$

ここで L_1, L_2 は L1、L2 搬送波位相(m)、 f_1, f_2 は L1、L2 搬送波周波数(Hz)、 λ_1, λ_2 は L1、L2 搬送波波長(m)、 N_1, N_2 は L1、L2 搬送波位相バイアス(cycle)、 N_{LC} は電離層フリー線形結合搬送波位相バイアス(m)、 ε_{LC} は観測誤差 (m) である。長基線の相対測位や精密単独測位では電離層の影響を消去するため電離層フリー線形結合 LC を基本観測量として使用することが多い。ただしこの線形結合に含まれる搬送波位相バイアス N_{LC} からはすでに整数性が消えているので二重差をとっても整数とならない。従って相対測位において整数不定性決定が直接は行えないことに注意すべきである。なお電離層フリー線形結合を使用する場合、電離層の高次項による影響は無視することが多いが、最新のより精密な測位においては適当なモデルにより補正を行う場合がある。

さて一周波の搬送波位相による精密測位や整数不定性決定において電離層遅延をモデルを使って補正する場合があるのでここで紹介しておく。精密測位に一般的に使われる電離層モデルは Single Layer モデルと呼ばれるモデルである。このモデルは電離層を一定高度の単一の薄膜球殻にのみ存在するものと近似し、その電子密度を格子点値や適当な関数で表すものである。この電離層モデルを図 A.4.3 に示す。

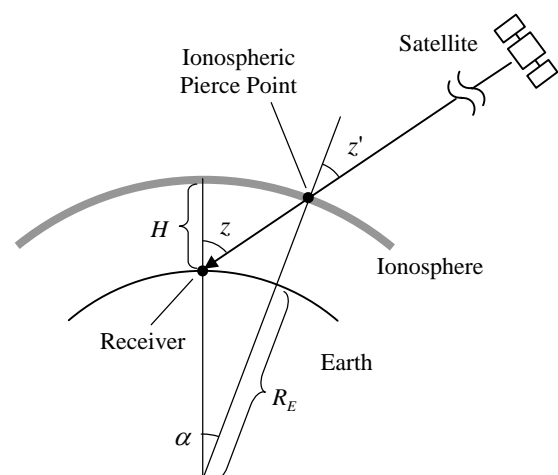


図 A.4.3 Single Layer 電離層モデル

このモデルでは衛星から送信された測位信号の電波は高度 H (m) の電離層を通過し観測点に届

く。ここで測位信号が電離層を通過する一点を電離層貫通点(Ionospheric Pierce Point)と呼ぶ。観測点の緯度・経度を ϕ, λ 、観測点から見た衛星の方位・仰角を Az, El 、地球半径を R_E (m)として、電離層貫通点の緯度・経度 ϕ_{pp}, λ_{pp} 及び電離層貫通点での衛星方向天頂角 z' は以下で求められる。なおここでは地球は球に近似している。

$$z = \pi/2 - El$$

$$z' = \arcsin\left(\frac{R_E}{R_E + H} \sin z\right), \quad \alpha = z - z'$$

$$\phi_{pp} = \arcsin(\cos \alpha \sin \phi + \sin \alpha \cos \phi \cos Az)$$

$$\lambda_{pp} = \lambda + \arcsin \frac{\sin \alpha \sin Az}{\cos \phi_{pp}}$$

時刻 t 、緯度・経度 ϕ, λ における、電離層の垂直総電子数 (VTEC: Vertical TEC) が関数 $TEC(t, \phi, \lambda)$ (TECU)で与えられるものとして電離層遅延 I (m)は以下で求められる。

$$I = \frac{1}{\cos z'} \frac{40.3 \times 10^{16}}{f^2} TEC(t, \phi_{pp}, \lambda_{pp}) \quad (\text{A.4.9})$$

電離層の状態は、太陽活動、季節、時間帯、緯度などの条件によって大きく変動するため、電離層の電子密度分布の精密な予測は難しい。従って垂直総電子数 $TEC(t, \phi, \lambda)$ は電離層の精密観測により別途推定された値を使用する。通常これらの推定値は一定時間間隔の格子点値または球面調和関数等の適当な関数の係数として与えられるのでこれを時間補間、位置補間して利用する。

電離層モデルのうち全地球的な電離層の状態を表すものはGIM(Global Ionosphere Maps)と呼ばれる。より空間分解能が高く領域の狭いものはLIM(Local Ionosphere Maps)と呼ばれ一般にGIMより高精度の補正が可能である。

GIMの例としてIGSが提供している電離層モデルを図A.4.4に示す。この例では2時間間隔の垂直総電子数が緯度2.5度、経度5度間隔の格子点値として与えられる。ただし、これらの補正モデルで得られる精度は、二周波搬送波位相の電離層フリー線形結合による補正精度より低いのが普通である。例えばIGS電離層モデルの公称精度は2-8 TECUでありL1天頂電離層遅延に換算すると0.3~1.3m程度の精度しかない。

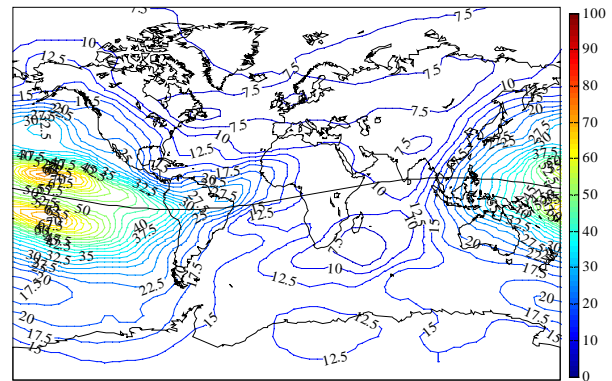


図 A.4.4 電離層モデルの例(VTEC)
(IGS TEC 2004/1/1 00:00 H=450km, 単位:TECU)

A.4.2.5 対流圏遅延

対流圏遅延は測位信号の電波が大気中を通過することにより真空中より減速する効果と伝播経路がわずかな曲率を持つため直線から伸びる効果からなる。対流圏遅延は乾燥大気による遅延である静水圧遅延と大気中の水蒸気による遅延である湿潤遅延に分けられ、その大きさとしては天頂方向の静水圧遅延で2.0~2.4 m、湿潤遅延で0~40 cm程度の値となる。また概ね仰角の \sin に反比例する性質を持つ。

対流圏遅延を T (m)として、精密測位で使われる一般的な対流圏遅延モデルを以下に示す。

$$T = M_{dry}(El)ZHD + M_{wet}(El)ZWD \quad (\text{A.4.10})$$

ここで ZHD, ZWD はそれぞれ天頂静水圧遅延(m)、天頂湿潤遅延(m)を表している。また M_{dry}, M_{wet} はそれぞれ静水圧遅延、湿潤遅延のマッピング関数であり、遅延量の衛星仰角 El に対する依存性を表す関数である。

対流圏遅延のうち天頂静水圧遅延 ZHD (m)は地上気圧を与えることにより以下に示すモデルにより高い精度で求めることができる。

$$ZHD = \frac{0.0022768 P_0}{1 - 0.00266 \cos 2\phi - 2.8 \times 10^{-7} h} \quad (\text{A.4.11})$$

ここで ϕ, h はそれぞれ観測点の緯度及び高度(m)である。 P_0 は地上気圧(hPa)であり気象観測値により与える。地上気圧の直接の観測値が得られない場合、近隣点の観測値や数値予報モデル等を使う場合があるが地上気圧は高度に大きく依存するのでその補正を忘れてはならない。なお地上気圧は簡易に標準的な大気モデルで代替する

ことも多い。例として ICAO 標準大気モデルを使って求める場合を以下に示す。

$$P_0 = 1013.25 \times (1 - 2.2557 \times 10^{-5} h)^{5.2568}$$

ここで高度は厳密にはジオポテンシャル高度で定義されるが測地高度や回転楕円体高で代替しても問題はない。標準大気モデルを使う場合、天頂静水圧遅延としては最大数 cm の誤差を生じるが、以下に示すように湿潤遅延または全遅延を未知パラメータとして推定する場合にはそちらにその誤差が吸収されるため全遅延としてはほとんど補正精度の劣化はない。

湿潤遅延は一般には地上観測値とアприオリなモデルを使って十分な精度で求めることができない。これは対流圏内の水蒸気分布が空間的な局所性を持っており、地上観測値は必ずしもその状態を反映していないためであると考えられている。そこで精密測位では、測位計算と同時に天頂湿潤遅延 ZWD を未知パラメータとしてその値を推定することが多い。湿潤遅延は時間によって変動するので一定の時間間隔で適当な時間相関を仮定した確率論モデルを使ってその値を推定する。なお静水圧遅延を標準大気モデルを使って計算する場合などには ZWD の代わりに天頂全遅延 ZTD を未知パラメータに選ぶ場合がある。

マッピング関数については過去多数の研究があるが、現在の精密測位で最も一般的に使われているものは NMF /5/ である。これは以下の様に仰角 El と係数 a, b, c を使った連分数の形で関数を表すものである。

$$M(El) = \frac{1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1 + c}}}{\sin El + \frac{a}{\sin El + \frac{b}{\sin El + c}}}$$

ここで係数 a, b, c は静水圧遅延、湿潤遅延毎に係数テーブルと観測点緯度、高度、通算日を使って求める。これらの係数は多数の観測データと数値シミュレーションで求められたものである。NMF では気象観測データの入力なしに仰角 3 度までの関数値が十分な精度で計算できるとされており、その使いやすさから現在の精密解析では標準的なマッピング関数となっている。

一般的なマッピング関数では対流圏遅延の水平方向の等方性を仮定しているが、実際の大気では水平方向の異方性を持っておりこれらの補正により特に海沿いの地方等の気象条件が方位により異なる観測点の水平方向の測位精度向上がはかれると言われている。この目的で対流圏遅延モデルに水平勾配項を追加しそのパラメータを推定する場合や仰角に加え方位角をパラメータにしたマッピング関数を使用する場合がある。

対流圏遅延の補正残差は精密測位において大きな誤差要因のひとつであり測位精度向上のため色々な研究が成されている。数値気象予報モデルのデータを使って補正を行う方法や特別な例ではあるが水蒸気ラジオメータと呼ぶ視線方向の水蒸気量を測定する計測器を使って大気の水蒸気量を計測しその結果で補正を行う方法もある。精密測位における対流圏遅延の影響、マッピング関数や対流圏遅延パラメータの推定手法については/6/に詳しい。

A.4.2.6 受信アンテナ位相中心

アンテナ位相中心とは電波の発射、入射において仮想的に電波の集中点と見なせる点である。理想的なアンテナではこの点は一点に定まるが現実のアンテナでは電波の発射、入射方向に依存して変動する。従って現実のアンテナではアンテナ位相中心は空間上の全方向から見たアンテナ位相中心の平均位置として定義する。そしてアンテナ位相中心を基準にした方向に依存した変動成分をアンテナ位相中心変動(PCV: Phase Center Variation)と呼ぶ。

受信アンテナ位相中心の物理的な位置関係を図 A.4.5 に示す。アンテナ底面等の物理的に決められたアンテナ基準点(ARP)から測ったアンテナ位相中心位置をアンテナ位相中心オフセットと呼ぶ。地球固定座標系での測位基準点の位置を r_{ref} (m) とすると受信アンテナ位相中心位置 r_r (m) は以下のように表せる。

$$r_r = r_{ref} + E_r^T (\Delta ecc + \Delta apcr) \quad (A.4.12)$$

ここで $\Delta apcr, \Delta ecc$ は観測点の局地座標系で表した受信アンテナ位相中心オフセット及び測位基準点を基準としたアンテナ基準点位置ベクトル (m)、 E_r は地球固定座標系から観測点の局地座標系への座標系回転行列である。

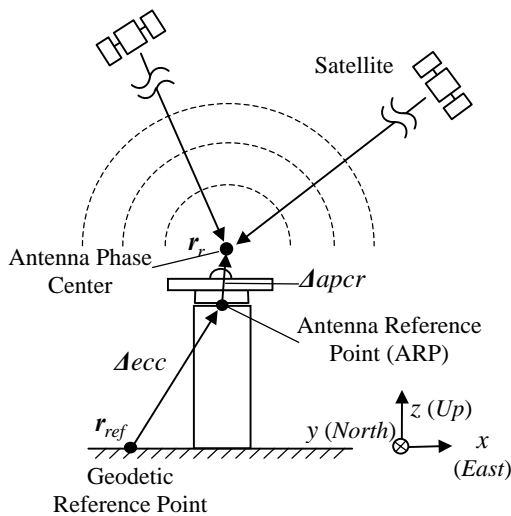


図 A.4.5 受信アンテナ位相中心の位置関係

受信アンテナ位相中心変動が衛星方位・仰角 Az, El の関数 $PCV(Az, El)$ (m) で表されるとして受信アンテナ位相中心変動補正 $\Delta pcvr$ (m) は以下のように書ける。

$$\Delta pcvr = -PCV(Az, El) \quad (A.4.13)$$

さてこれらのアンテナ位相中心オフセット、アンテナ位相中心変動のパラメータはアンテナメーカーや関連機関が地上における精密測定で決定した標準的な値を使用することが多い。これらのパラメータはアンテナ機種毎のテーブルの形で提供される。アンテナ位相中心変動(PCV)テーブルの例を図 A.4.6 に示す。

VENDOR	MODEL #	DESCRIPTION	(AVE) YR/MO/DY
[north] [east] [up]			IAVE = # in average
[90] [85] [80] [75] [70] [65] [60] [55] [50] [45]			L1 Offset (mm)
[40] [35] [30] [25] [20] [15] [10] [5] [0]			L1 Phase at
[north] [east] [up]			Elevation (mm)
[90] [85] [80] [75] [70] [65] [60] [55] [50] [45]			L2 Offset (mm)
[40] [35] [30] [25] [20] [15] [10] [5] [0]			L2 Phase at
[40] [35] [30] [25] [20] [15] [10] [5] [0]			Elevation (mm)
TURBOROGUE	DORNE MARGOLIN T	OLD NAME	() 96/06/30
0.0	0.0	110.0	
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	128.0	
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0
TURBOROGUE	AGAD/M_T		() 96/06/30
0.0	0.0	110.0	
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	128.0	
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0

図 A.4.6 アンテナ位相中心変動(PCV)テーブルの例 (IGS 標準アンテナ PCV テーブル IGS_01.PCV, 一部)

この例では L1、L2 それぞれについてアンテナ位相中心オフセット及び仰角 5 度毎のアンテナ位相中心変動の値が与えられている。なおこれらのパラメータは通常 L1、L2 毎に与えられるので搬送波位相の線形結合を測位に使用する場合はこれらのパラメータも同一係数を使った線形結合の値を使用する必要がある。

アンテナ位相中心位置やアンテナ位相中心変動の値は同一機種のアンテナを使ってもその設置環境に影響を受けると言われており、例えばレドームと呼ぶアンテナカバー、アンテナ設置構造物、積雪等による影響が報告されている。特に精度が要求される場合は設置環境でアンテナ特性の精密計測を行ったり、長期の観測データから統計処理によりアンテナ位相中心変動の係数を求め補正を行う場合がある。

A.4.2.7 衛星アンテナ位相中心

精密暦における衛星位置は衛星重心位置で表される。従って衛星アンテナ位相中心位置を求めるためには衛星アンテナ位相中心オフセットの補正が必要となる。

地球固定座標系での衛星重心位置を r_0^s (m)、衛星固定座標系での衛星アンテナ位相中心オフセットを $\Delta apcs$ (m)、衛星固定座標系から地球固定座標系への座標系回転行列を E^s として地球固定座標系での衛星アンテナ位相中心位置 r^s は以下で与えられる。

$$r^s = r_0^s + E^s \Delta apcs \quad (A.4.14)$$

衛星アンテナ位相中心オフセットの値については必ずしも標準的なものは存在しないが、IGS が現在標準的な解析に採用している値を例として表 A.4.2 に示す。衛星アンテナ位相中心変動についても受信アンテナと同様に補正を行う場合があるがあまり一般的でないのでここでは省略する。

表 A.4.2 衛星アンテナ位相中心オフセット例(IGS)

衛星	アンテナ位相中心オフセット(m)		
	x	y	z
GPS Block II/IIA	0.279	0.000	1.023
GPS Block IIR	0.000	0.000	0.000

さて衛星アンテナ位相中心オフセットに関連して GPS/GNSS 測位における Global Scale Offset の問題につき簡単に触れておく。VLBI、

SLR 等の精密宇宙測位技術で決定された座標に比較して、GPS による精密測位解には上下方向で数 cm のグローバルな系統オフセットが見られることが以前から指摘されている。これらオフセットの原因は必ずしも明確になっていないが解析に使用する衛星アンテナ位相中心オフセットの値が十分に校正されたものでないことが原因の一つとして有力視されている。

これらの問題に対応するため座標値の定まった全世界の基準点の測位結果から求めた係数を使って測位解を補正する場合がある。また IGS においてもこれらのグローバルオフセットの問題を解消するため解析に使う標準的なアンテナ位相中心パラメータを精密に校正されたものに変更するという動きがある。

A.4.2.8 局位置変動

月や太陽の引力の影響で地球がわずかに弾性変形を起こす現象を地球潮汐と呼ぶ。地表に固定された観測点は地球潮汐の影響で周期的な変動を起こす。この変動を局位置変動 (Site Displacement) と呼ぶ。

近年の VLBI, SLR, GPS 等の宇宙測地技術の発達により、地球潮汐の効果が高精度に測定され精密な潮汐モデルが作られて来た。それによると地球潮汐による地上観測点の局位置変動は大きい地点で上下方向最大 20 cm にも及ぶ。固定観測点の精密測位を行う場合、測位精度に比較しこれらの影響が十分に大きいのでこれらの変動を補正する必要がある。

地球潮汐は幾つかの要素から構成されるが主なものは固体地球潮汐(Solid Earth Tide)、海洋荷重(Ocean Loading)、極運動潮汐(Pole Tide)である。その他、大気荷重(Atmospheric Loading)や積雪加重(Snow Loading)による位置変動も報告されている。地球潮汐による精密な局位置変動モデルについては 7/1, 18/1 が詳しい。これらの文献で示される最新の地球潮汐モデルでは変動成分として mm 以下の項まで考慮されており、計算も大変に複雑であるが、補正に当たっては必要な精度に応じて主要項のみ考慮すればよい。なお ITRF 等の基準座標系を構成する基準点の座標はこれらの局位置変動を除去した値として定義されるのが一般的である。地球潮汐による局位置変動の例として精密モデルで求めた筑波の位置変動を図 A.4.7 に示す。

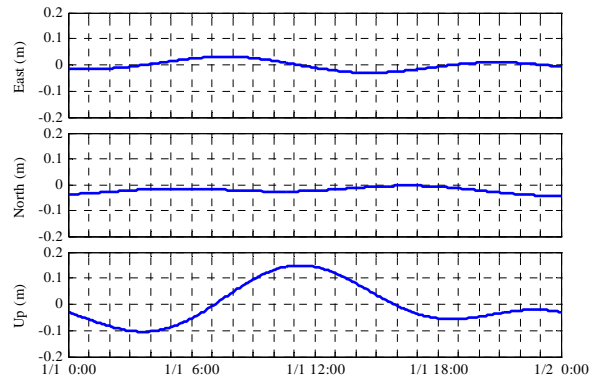


図 A.4.7 精密モデルで求めた局位置変動の例 (2004/1/1 0:00~1/2 0:00UTC 筑波)

局位置変動を含まない地球固定座標系での観測点の位置を \mathbf{r}_{r0} 、観測点における地球潮汐による局位置変動の東、北、上方向成分をそれぞれ $\delta_E, \delta_N, \delta_U$ (m)、地球固定座標系から観測点の局座標系への座標系回転行列を \mathbf{E}_r として局位置変動補正後の観測点位置 \mathbf{r}_r は以下の様に表される。

$$\mathbf{r}_r = \mathbf{r}_{r0} + \mathbf{E}_r^T (\delta_E, \delta_N, \delta_U)^T \quad (\text{A.4.15})$$

A.4.2.9 Phase Wind-up 効果

GPS 衛星から送信される測位信号搬送波の偏波は右旋円偏波であり衛星アンテナと受信アンテナの相対的な位置関係が回転することにより受信した搬送波の位相が進んだり遅れたりする効果を及ぼす。これを Phase Wind-up 効果と呼ぶ。衛星アンテナ、受信アンテナの有効ダイポールベクトルを \mathbf{D}', \mathbf{D} として相対アンテナ回転角 ϕ (rad) は以下の様に表される。

$$\begin{aligned} \phi &= \text{sign}(\zeta) \arccos \frac{\mathbf{D}' \cdot \mathbf{D}}{\|\mathbf{D}'\| \|\mathbf{D}\|} \\ \zeta &= \mathbf{e}_k \cdot (\mathbf{D}' \times \mathbf{D}) \\ \mathbf{D}' &= \mathbf{e}_x' - \mathbf{e}_k (\mathbf{e}_k \cdot \mathbf{e}_x') - \mathbf{e}_k \times \mathbf{e}_y' \\ \mathbf{D} &= \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_k (\mathbf{e}_k \cdot \mathbf{e}_x) + \mathbf{e}_k \times \mathbf{e}_y \end{aligned}$$

ここで $\mathbf{e}_x', \mathbf{e}_y'$ は衛星固定座標系 x, y 軸方向単位ベクトル、 $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ は観測点の局座標系 x, y 軸方向単位ベクトル、 \mathbf{e}_k は衛星から観測点を見た視線方向単位ベクトルを表す。時刻 t_k, t_{k+1} における相対アンテナ回転角をそれぞれ ϕ_k, ϕ_{k+1} とし

刻 t_k から t_{k+1} までの衛星運動による Phase Wind-up 効果 Δphw (m) は以下の様に表される。

$$\Delta phw = \lambda(\phi_{k+1} - \phi_k) / 2\pi \quad (\text{A.4.16})$$

GPS 衛星では通常アンテナ面が地心方向、太陽電池パドル面が太陽方向と垂直になる様に姿勢制御されており、軌道運動と共に衛星-地心を結ぶ軸を中心に緩やかに回転している。しかし衛星が地球の影(食)に入ると姿勢制御モードが変わり、特に GPS Block II/IIA 衛星では太陽捕捉のため通常より高速に回転を始め、衛星が食から出て太陽を再捕捉するまでこの高速回転が続くと言われている。この期間では Phase Wind-up 効果が通常より大きくなり、通常の衛星姿勢を前提にしたモデルでは最大で 10 cm 程度の誤差を生じる。

またこの期間には衛星アンテナ位相中心位置のモデルにも誤差が生じるし、食時の衛星にはモデル化困難な擾乱要素が加わり精密暦の衛星軌道推定誤差も大きいと考えられるため、精密測位では食時の衛星の観測データを使用しない、あるいは重みを下げて使用する等の対策を行うことがある。

A.4.2.10 相対論効果

特殊相対論の効果により衛星搭載時計には遅れが生じる。衛星の軌道が正確な円軌道の場合にはこの値は一定値になるが、実際の衛星軌道の離心率は 0 ではないため、衛星軌道周回に同期した周期的な変動をもたらす。その大きさは軌道の離心率が大きい衛星で 10m 以上にも達することがある。

精密暦から得られる衛星時計誤差にはこの相対論効果による変動が除去されているため使用にあたってはこの補正を行う必要がある。相対論効果補正前の衛星時計誤差を dT_0 (sec)、衛星位置 (m) 及び速度 (m/sec) をそれぞれ r^s, v^s として補正後の衛星時計誤差 dT は以下で表される。

$$dT = dT_0 - \frac{2r^s \cdot v^s}{c^2} \quad (\text{A.4.17})$$

ここで衛星速度は慣性空間上での速度を表すことに注意のこと。従って衛星速度が地球固定座標系で与えられる場合には地球回転による速度分を加算する必要がある。

その他、地球重力場による一般相対論効果により電波伝搬経路に曲がりが生じるとされ、その電波伝搬距離が伸びる効果の補正を行うことがあるが、この影響はわずかのため通常は無視することが多い。

A.4.2.11 マルチパス及び観測誤差

マルチパスは衛星から送信された測位信号が受信機近くの物体に反射され伝搬経路が複数となることにより電波伝搬時間に変動を起こす現象である。マルチパスは擬似距離測定値においては大きな誤差要因であり大きな場合でその大きさは数 m に達することがある。搬送波位相測定値においても擬似距離測定値と同様にマルチパスの影響を受けるがその大きさは擬似距離に比べるとずっと小さく、マルチパス対策を施した精密測位用のアンテナ及び受信機を使用した場合には最大でも数 cm のオーダーである。厳密に言えばマルチパスと A.4.2.6 で説明した受信アンテナ位相中心変動とを区別するのは難しいが衛星方位・仰角に依存した高周波の変動成分をマルチパス、低周波の変動成分を受信アンテナ位相中心変動と呼ぶことが多い。マルチパスを特別な数値モデルにより補正したり、GPS 衛星では約 23 時間 56 分周期で観測点から見た衛星方向がほぼ同一のパスを通ることを利用して過去の観測データとの相関を使って補正したりすることもあるが、一般には観測誤差の一部として扱うことが多い。

最新の GPS/GNSS 受信機の搬送波位相測定における受信機雑音は通常数 mm 以下と言われているが、一部の受信機では電離層擾乱時に雑音が大きくなるものがある等、実際の受信機雑音の大きさは使用する受信機に大きく依存する。その他電離層遅延・対流圏遅延の補正残差もモデル化が難しく、マルチパス、受信機雑音、電離層遅延・対流圏遅延補正残差等 unknown なファクターを合計して観測誤差として扱うことが多い。

一般にこれらの観測誤差の大きさは低仰角で大きくなり観測データの品質が悪化するため一定の仰角未満の観測データは解析に使用しない様にする事が多い。この仰角をカットオフ角と呼び通常 10~15 度に設定する。

また観測誤差の大きさを仰角に依存した経験的なモデルで表し低仰角の観測データの重みを下げることが行われる。観測誤差標準偏差を σ (m)、天頂観測誤差標準偏差を σ_z (m)、衛星仰

角を EI として表した観測誤差モデルの例を以下に示す。なおこれらのモデルは通常精密解析ソフト毎に異なることが多く標準的なモデルと言えるものは存在しない。

$$\sigma^2 = \sigma_z^2 / \sin^2 EI$$

A.4.2.12 線形結合

二周波受信機において同時に測定した二周波測位信号の擬似距離または搬送波位相に定数を掛けて足し合わせて見かけ上新しい測定値を生成することができる。この測定値を線形結合 (Linear Combination) と呼ぶ。

精密測位においては測定値に含まれる特定のモデル項を強調したり消去したりして解析を容易にする目的で、色々な場面でこの線形結合を使用する。精密測位で使用される主な線形結合を表 A.4.3 に示す。表中には波長、 L_1 を基準とした電離層遅延の影響、観測誤差の大きさも示している。

表 A.4.3 精密測位で使用される主な線形結合

記号	線形結合	波長 (cm)	電離層	誤差 (cm)
L_1	(L1 搬送波位相)	19.0	1.0	0.3
L_2	(L2 搬送波位相)	24.4	1.6	0.3
LC	電離層フリー	-	0.0	0.9
LG	幾何学フリー	-	0.6	0.4
WL	ワイドレーン	86.2	1.3	1.7
NL	ナローレーン	10.7	1.3	1.7
MW	Melbourne-Wübbena	86.2	0.0	21
MP_1	L1 マルチパス	-	0.0	30
MP_2	L2 マルチパス	-	0.0	30

電離層は L_1 を基準とした電離層遅延量の相対値誤差は典型的な受信機のマルチパスを含んだ平均値

表 A.4.3 で示した各線形結合の具体的な定義とその観測モデルを以下に示す。

$$LC \equiv C_1 L_1 - C_2 L_2$$

$$= \rho + c(dt - dT) + T + (C_1 \lambda_1 N_1 - C_2 \lambda_2 N_2) + \varepsilon_{LC}$$

$$LG \equiv L_1 - L_2$$

$$= -(I_1 - I_2) + \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 + \varepsilon_{LG}$$

$$WL \equiv \lambda_{WL} (L_1 / \lambda_1 - L_2 / \lambda_2)$$

$$= \rho + c(dt - dT) + T - \lambda_{WL} (I_1 / \lambda_1 - I_2 / \lambda_2)$$

$$+ \lambda_{WL} (N_1 - N_2) + \varepsilon_{WL}$$

$$NL \equiv \lambda_{NL} (L_1 / \lambda_1 + L_2 / \lambda_2)$$

$$= \rho + c(dt - dT) + T - \lambda_{NL} (I_1 / \lambda_1 + I_2 / \lambda_2)$$

$$+ \lambda_{NL} (N_1 + N_2) + \varepsilon_{NL}$$

$$MW \equiv WL - \lambda_{NL} (P_1 / \lambda_1 + P_2 / \lambda_2)$$

$$= \lambda_{WL} (N_1 - N_2) + \varepsilon_{MW}$$

$$MP_1 \equiv P_1 - (2C_2 + 1)L_1 + 2C_2 L_2$$

$$= -(2C_2 + 1)\lambda_1 N_1 + 2C_2 \lambda_2 N_2 + \varepsilon_{P1}$$

$$MP_2 \equiv P_2 - 2C_1 L_1 + (2C_1 - 1)L_2$$

$$= -2C_1 \lambda_1 N_1 + (2C_1 - 1)\lambda_2 N_2 + \varepsilon_{P2}$$

$$\lambda_{WL} = \frac{1}{1/\lambda_1 - 1/\lambda_2} \quad \lambda_{NL} = \frac{1}{1/\lambda_1 + 1/\lambda_2}$$

$$C_1 = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \quad C_2 = \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}$$

ここで P_1, P_2, L_1, L_2 はそれぞれ L1、L2 擬似距離及び搬送波位相測定値(m)を示す。また $f_1, f_2, \lambda_1, \lambda_2$ はそれぞれ L1、L2 搬送波周波数(Hz)及び波長(m)、 ρ は幾何学距離(m)、 dt, dT はそれぞれ受信機及び衛星時計誤差(sec)、 I_1, I_2 はそれぞれ L1、L2 電離層遅延、 N_1, N_2 はそれぞれ L1、L2 搬送波位相バイアス、 ε は各線形結合の観測誤差(m)である。

これらの線形結合のうち電離層フリー線形結合 LC については既に A.4.2.4 で説明した。なお LC は $L3$ と表記することもある。幾何学フリー線形結合 LG は幾何学距離、衛星時計誤差、受信機時計誤差の項が消去され電離層遅延項と搬送波位相バイアスによる定数項のみが残るため高精度の電離層観測やサイクルスリップ検出・修正に使われる。ワイドレーン、ナローレーン線形結合 WL, NL は主に相対測位における整数不定性決定に使用される。Melbourne-Wübbena 線形結合 MW は幾何学項、電離層項が消去されかつ波長が長いので整数不定性決定やサイクルスリップの検出、修正に使用される。L1、L2 マルチパス MP_1, MP_2 は定数項以外は L1、L2 擬似距離観測誤差のみが残るためほぼ擬似距離マルチパスの相対的な大きさを表す。従って擬似距離マルチパスの解析やサイクルスリップ検出に使用される。

なお、これらの線形結合を作ることによりオリジナルの測定量に比較して観測誤差が増大することに注意しなければならない。線形結合による観測誤差の増大を避けるためオリジナルの測定量をそのまま精密測位に使用する場合もある。

A.4.3 パラメータ推定の手法

ここで後の説明で必要になるので精密測位に使われるパラメータ推定手法として最小二乗法およびカルマンフィルタについて簡単に紹介する。式の導出や詳細については特に説明しないので適当な文献を参照のこと。

A.4.3.1 最小二乗法

精密測位において最も普通に使われるパラメータ推定方法は最小二乗法である。精密測位の観測モデルは非線形の場合が多いので普通非線形最小二乗法が使われる。非線形最小二乗法では未知パラメータの近似解があらかじめ与えられることを仮定してその近似解の周りで観測モデルを線形化して解く。

未知パラメータを \mathbf{x} 、観測モデルを $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ 、観測量を \mathbf{z} とする。ここで未知パラメータ \mathbf{x} の近似解を \mathbf{x}_0 とし観測モデルが近似解の周りで十分に線形に近いと仮定すると、観測誤差を $\boldsymbol{\varepsilon}$ として、

$$\begin{aligned}\mathbf{z} &= \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\varepsilon} \\ &= \mathbf{h}(\mathbf{x}_0) + \mathbf{H}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \boldsymbol{\varepsilon}\end{aligned}$$

と書けるから、未知パラメータ \mathbf{x} の最小二乗推定値 $\hat{\mathbf{x}}$ は以下で求めることができる。

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_0 + (\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W} (\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}_0)) \quad (\text{A.4.18})$$

ここで、 \mathbf{H} は計画行列、 \mathbf{W} は重み行列であり以下で表される。

$$\begin{aligned}\mathbf{H} &= \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0} \\ \mathbf{W} &= \text{diag}(\sigma_1^{-2}, \sigma_2^{-2}, \sigma_3^{-2}, \dots, \sigma_n^{-2})\end{aligned}$$

σ_i は観測 i の観測誤差標準偏差であり、ここでは各観測誤差間が無相関であることを仮定しているが相関がある場合は \mathbf{W} の非対角項の考慮が必要となる。また最小二乗推定値 $\hat{\mathbf{x}}$ の共分散行列 \mathbf{P} は以下で求められる。

$$\mathbf{P} = (\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1}$$

非線形最小二乗法においてあらかじめ与えられる近似解 \mathbf{x}_0 の精度が悪い場合や観測モデルの非線形性が強い場合、推定値 $\hat{\mathbf{x}}$ を再度近似解 \mathbf{x}_0

と置いて逐次近似計算により推定値の精度を改良する場合がありますこれを Gauss-Newton 法と呼ぶ。この際条件によっては上手く収束しない場合がありますその場合は様々な正則化手法を適用する必要がある。

A.4.3.2 カルマンフィルタ

最小二乗法では全観測データを一括処理して推定値を求めるが、カルマンフィルタでは観測データを観測時刻毎に処理することにより逐次的に推定値を求める。

カルマンフィルタでは観測更新則と時間更新則と呼ぶ手順を交互に適用して推定値を更新する。観測時刻 t_k における未知パラメータ推定値を $\hat{\mathbf{x}}_k$ 、推定値共分散行列を \mathbf{P}_k とし観測更新前後の値をそれぞれ (-)、(+) をつけて表す。観測時刻 t_k に得られた観測量を \mathbf{z}_k 、計画行列を \mathbf{H}_k 、観測誤差共分散行列を \mathbf{R}_k とすると観測更新則は以下で与えられる。

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_k(-) \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k(-) \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_k(+) &= \hat{\mathbf{x}}_k(-) + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k(-))) \\ \mathbf{P}_k(+) &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k(-)\end{aligned} \quad (\text{A.4.19})$$

ここで \mathbf{K}_k はカルマンゲインと呼ばれる。また計画行列 \mathbf{H}_k は更新前推定値 $\hat{\mathbf{x}}(-)$ で偏微分をとる。なお観測モデル $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ の非線形性が強い場合は上記を繰り返して解を改良する必要がある。観測時刻 t_k から t_{k+1} への時間更新則は以下で与えられる。

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{k+1}(-) &= \hat{\mathbf{x}}_k(+) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_k(+), \tau) d\tau \\ \mathbf{P}_{k+1}(-) &= \boldsymbol{\Phi}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}_k(+) \boldsymbol{\Phi}(t_{k+1}, t_k)^T + \mathbf{Q}_k\end{aligned} \quad (\text{A.4.20})$$

ここで \mathbf{f} は未知パラメータの時間微分、 $\boldsymbol{\Phi}(t_{k+1}, t_k)$ は状態遷移行列、 \mathbf{Q}_k はプロセスノイズ行列である。ここでは未知パラメータの時間発展モデルに数値積分を使う例を示しており、これを拡張カルマンフィルタと呼ぶ。

時間更新則により得られた観測時刻 t_{k+1} における未知パラメータ推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}(-)$ と推定値共分散行列 $\mathbf{P}_{k+1}(-)$ に再度観測更新則を適用し推定値を更新する。以上を繰り返すことにより逐次的に観測時刻毎の推定値を求めることができる。

最小二乗法では原則として全観測データが得

られてから処理するのに比較しカルマンフィルタでは一部でも観測データが得られたその時点で推定値が得られるためリアルタイムの推定に適している。またカルマンフィルタは時間変動する未知パラメータの推定に向いており例えば時計誤差や対流圏遅延パラメータの時間変動を Gauss-Marcov 過程等の確率論モデルで表して推定することが容易である。

カルマンフィルタはその原理上、推定開始後初期の推定精度が悪く、収束に時間がかかるという問題があるが、これを改善するため、再度時間を逆方向に遡ったフィルタを適用したり、スムージングと呼ぶ手法を使って推定値の精度を改良する場合がある。

A.4.4 相対測位

相対測位は搬送波位相測定値を使った最も一般的な精密測位法であり、搬送波位相の二重差を基本観測量として推定を行う。相対測位は干渉測位または基線解析と呼ばれることもある。以下に相対測位の原理と手法を説明する。

A.4.4.1 二重差

図 A.4.8 で示すように 2 つの観測点 a, b でほぼ同時に測定した衛星 A, B の搬送波位相をそれぞれ $L_a^A, L_a^B, L_b^A, L_b^B$ とする。ここで上付文字が衛星、下付文字が観測点を示すものとし以下の他の項でも同様とする。

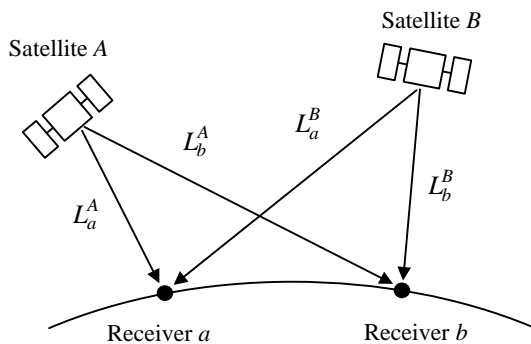


図 A.4.8 2 観測点での搬送波位相の測定

これらから搬送波位相二重差 L_{ab}^{AB} を以下のように定義する。

$$L_{ab}^{AB} \equiv (L_a^A - L_a^B) - (L_b^A - L_b^B)$$

ここで二重上付文字は衛星間、二重下付文字は観

測点間で差をとることを示すものとし、他の項でも同様とする。(A.4.2) を使うと搬送波位相二重差の観測モデルは以下の様にする。

$$L_{ab}^{AB} = \rho_{ab}^{AB} + c(dt_{ab}^{AB} - dT_{ab}^{AB}) - I_{ab}^{AB} + T_{ab}^{AB} + \lambda N_{ab}^{AB} + \varepsilon_{ab}^{AB}$$

各受信機において搬送波位相は同時測定されることを考慮すると、

$$dt_{ab}^{AB} = (dt_a^A - dt_a^B) - (dt_b^A - dt_b^B) = 0$$

となる。また測位信号の衛星送信時刻がほぼ同時で短い時間内では衛星時計は十分安定であることを考慮すると、

$$dT_{ab}^{AB} = (dT_a^A - dT_a^B) - (dT_b^A - dT_b^B) = 0$$

と書ける。また(A.4.3) を使うことにより、

$$\begin{aligned} N_{ab}^{AB} &= (N_a^A - N_a^B) - (N_b^A - N_b^B) \\ &= (\phi_{a0} - \phi_0^A + n_a^A) - (\phi_{a0} - \phi_0^B + n_a^B) \\ &\quad - (\phi_{b0} - \phi_0^A + n_b^A) + (\phi_{b0} - \phi_0^B + n_b^B) \\ &= (n_a^A - n_a^B) - (n_b^A - n_b^B) = n_{ab}^{AB} \end{aligned}$$

となることに注意すると最終的に搬送波位相二重差 L_{ab}^{AB} の観測モデルは以下で表すことができる。

$$L_{ab}^{AB} = \rho_{ab}^{AB} - I_{ab}^{AB} + T_{ab}^{AB} + \lambda n_{ab}^{AB} + \varepsilon_{ab}^{AB} \quad (\text{A.4.21})$$

以上のように、搬送波位相二重差からは衛星時計誤差、受信機時計誤差項が消去されていることが分かる。また搬送波位相バイアスの衛星初期位相、受信機初期位相の項も消去され、整数不定性 (Integer Ambiguity) のみ残るため搬送波位相バイアスの二重差は整数となる。

さて相対測位において 2 つの観測点 a, b 間のベクトルを基線 (Baseline) と呼ぶ。ここで基線 $a-b$ が十分に短い、すなわち観測点 a, b が地理的に十分近い場合を考える。十分近い 2 つの観測点からほぼ同一時刻に同一衛星を観測した場合、電離層遅延、対流圏遅延はほぼ同一の値になることが期待できる。すなわち、

$$\begin{aligned}
I_a^A &\approx I_b^A, I_a^B \approx I_b^B, T_a^A \approx T_b^A, T_a^B \approx T_b^B \\
I_{ab}^{AB} &= (I_a^A - I_a^B) - (I_b^A - I_b^B) \approx 0 \\
T_{ab}^{AB} &= (T_a^A - T_a^B) - (T_b^A - T_b^B) \approx 0
\end{aligned}$$

と近似でき、最終的に搬送波位相二重差 L_{ab}^{AB} は以下に示すような簡単な形で書くことができる。

$$L_{ab}^{AB} = \rho_{ab}^{AB} + \lambda n_{ab}^{AB} + \varepsilon_{ab}^{AB} \quad (\text{A.4.22})$$

相対測位では以上に示した搬送波位相二重差を基本観測量に使用することにより、取扱いの難しいパラメータを観測モデルから消去して推定を容易にしている。

A.4.4.2 相対測位の手法

以下に相対測位の手法を説明する。ここではパラメータ推定に最小二乗法を使用する。

十分に短い基線 $r-R$ を考える。地球固定座標系での観測点 r の位置を \mathbf{r}_r とし単独測位等を使ってその概略値が \mathbf{r}_0 で与えられるものとする。また観測点 R を基準観測点としその位置 \mathbf{r}_R は十分な精度で既知であるとする。

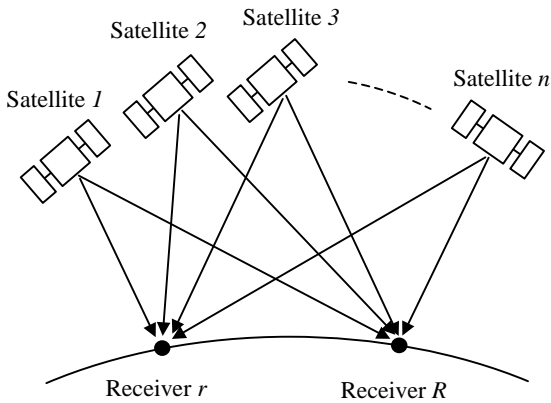


図 A.4.9 相対測位の概念図

観測点 r, R で一定期間衛星 $1, 2, 3, \dots, n$ の搬送波位相を測定しその観測データが得られたとする。観測期間中にサイクルスリップは発生しないと仮定するとこの期間内で搬送波位相バイアス二重差 $N_{rR}^{12}, N_{rR}^{13}, \dots, N_{rR}^{1n}$ は一定の値になる。従って、ここで未知パラメータ \mathbf{x} およびその近似解 \mathbf{x}_0 を以下と置く。

$$\begin{aligned}
\mathbf{x} &= (\mathbf{r}_r^T, N_{rR}^{12}, N_{rR}^{13}, \dots, N_{rR}^{1n})^T \\
\mathbf{x}_0 &= (\mathbf{r}_0^T, 0, 0, \dots, 0)^T
\end{aligned}$$

観測期間中の観測時刻 t_k において測定した搬送波位相の二重差により観測量ベクトル

$$\mathbf{z}_k = (L_{rR}^{12}, L_{rR}^{13}, \dots, L_{rR}^{1n})^T$$

を作る。ここで観測量間の線形独立性を確保するため、衛星に関しては、任意の基準衛星を 1 つ決めて基準衛星と他の衛星の間でのみ差をとることにする。ここでは衛星 1 を基準衛星としている。

さて $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ と置いた時の観測モデル $\mathbf{h}_k(\mathbf{x}_0)$ 、計画行列 \mathbf{H}_k 及び観測誤差共分散行列 \mathbf{R}_k は (A.4.22) を使って以下の様に表すことができる。

$$\begin{aligned}
\mathbf{h}_k(\mathbf{x}_0) &= \begin{pmatrix} \rho_{rR}^{12} \\ \rho_{rR}^{13} \\ \vdots \\ \rho_{rR}^{1n} \end{pmatrix} \\
\mathbf{H}_k &= \begin{pmatrix} \partial \rho_r^1 / \partial \mathbf{r}_0 - \partial \rho_r^2 / \partial \mathbf{r}_0 & \lambda & 0 & \cdots & 0 \\ \partial \rho_r^1 / \partial \mathbf{r}_0 - \partial \rho_r^3 / \partial \mathbf{r}_0 & 0 & \lambda & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \partial \rho_r^1 / \partial \mathbf{r}_0 - \partial \rho_r^n / \partial \mathbf{r}_0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda \end{pmatrix} \\
\mathbf{R}_k &= \begin{pmatrix} \sigma_{rR}^{12^2} & \sigma_{rR}^{1^2 2} & \cdots & \sigma_{rR}^{1^2 n} \\ \sigma_{rR}^{1^2 2} & \sigma_{rR}^{13^2} & \cdots & \sigma_{rR}^{1^2 n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{rR}^{1^2 n} & \sigma_{rR}^{1^2 n} & \cdots & \sigma_{rR}^{1n^2} \end{pmatrix} \\
(\sigma_{ab}^{AB^2} &= \sigma_a^{A^2} + \sigma_a^{B^2} + \sigma_b^{A^2} + \sigma_b^{B^2}, \\ \sigma_{ab}^{A^2} &= \sigma_a^{A^2} + \sigma_b^{A^2})
\end{aligned}$$

ここで ρ_r^s は観測点 r の位置を \mathbf{r}_0 とし計算した衛星 s との幾何学距離、 σ_r^s は観測誤差 ε_r^s の標準偏差である。観測期間中の観測時刻を t_1, t_2, \dots, t_m とすると、全観測量 \mathbf{z} 、観測モデル $\mathbf{h}(\mathbf{x}_0)$ 、計画行列 \mathbf{H} 及び重み行列 \mathbf{W} は、

$$\begin{aligned}
\mathbf{z} &= (\mathbf{z}_1^T, \mathbf{z}_2^T, \dots, \mathbf{z}_m^T)^T \\
\mathbf{h}(\mathbf{x}_0) &= (\mathbf{h}_1(\mathbf{x}_0)^T, \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_0)^T, \dots, \mathbf{h}_m(\mathbf{x}_0)^T)^T \\
\mathbf{H} &= (\mathbf{H}_1^T, \mathbf{H}_2^T, \dots, \mathbf{H}_m^T)^T
\end{aligned}$$

$$W = \begin{pmatrix} R_1^{-1} & & & \\ & R_2^{-1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & R_m^{-1} \end{pmatrix}$$

と書くことができる。これらに(A.4.18)で示した最小二乗法による推定を適用することにより、未知パラメータの最小二乗推定値 \hat{x} 、すなわち観測点 r の位置及び搬送波位相バイアス二重差の推定値を求めることができる。

以上は観測期間中観測点 r の位置が一定である場合すなわちスタティック測位の場合であった。観測点 r の位置が可変すなわちキネマティック測位の場合は観測点 r の位置を観測時刻毎に独立の未知パラメータと置く。すなわち

$$\mathbf{x} = (r_r(t_1)^T, r_r(t_2)^T, \dots, r_r(t_m)^T, N_{rR}^{12}, N_{rR}^{13}, \dots, N_{rR}^{1n})^T$$

と置き同様の推定を行うことにより移動体の位置が求められる。

以上、単純化した相対測位の手法を説明した。実際の観測データでは観測期間中に衛星が切り替わったり、サイクルスリップが発生したりしてそれらの考慮が必要になるためより処理が複雑となる。またここでは基線が十分短く電離層遅延、対流圏遅延の影響を無視できる場合を示したが、より長い基線では(A.4.21)に示したように電離層遅延、対流圏遅延の影響を無視できないためそれらの補正が必要となる。また相対測位では受信アンテナ位相中心、局位置変動、Phase Wind-up等の誤差要因の影響も二重差をとることにより消去または軽減されるため補正を省略することが多いが、より精度が必要な解析の場合には先に説明したモデルを使って補正を行う必要がある。

なお以上は単一基線を使って単一観測点位置を求める相対測位の例であったが実際の解析では複数基線を使って複数観測点の測位を行う様な複雑な場合もある。ただし基本は今まで説明した手法と変わりはない。

A.4.4.3 整数不定性決定

前項で説明した手順により観測点 r の位置と搬送波位相バイアス二重差の推定値が得られた。ここで得られた搬送波位相バイアス二重差の推定値は一般には実数であり、同時に得られた測位解は FLOAT 解と呼ばれる。

A.4.4.1 で示したように搬送波位相バイアス二

重差は整数となるが、この整数条件を利用して適当な統計的な妥当性を仮定し推定値を整数に固定することにより測位解の精度を改良することが行われる。これを整数不定性 (Integer Ambiguity) を決定する、解く、あるいは fix すると言いつつ最終的に得られた測位解は FIX 解と呼ばれる。

相対測位における整数不定性決定の効率化、高速化や高信頼性化は精密測位技術における主要課題のひとつであり、過去の多数の研究により各種の手法が考案されてきた。整数不定性決定の手法は本稿の範囲外であり詳細は説明しない。適当な文献を参照のこと。

A.4.4.4 相対測位の応用

相対測位の応用として重要な技術をいくつか簡単に紹介する。

(1) RTK(リアルタイムキネマティック)

RTK は、基準観測点の測定データが無線等を使ってリアルタイムで移動観測点に送信し、観測点の搬送波位相測定値と送信された基準観測点の測定値を使って相対測位により移動観測点位置をリアルタイムで精密測定する技術である。

通常は移動開始前に初期化と呼ぶ整数不定性を解く操作を行ってから測定開始するが移動中に整数不定性を解く技術も開発されている。

(2) 仮想基準点

仮想基準点は、地上基準観測点網の観測データから擬似的な基準観測点での測定値を生成し移動観測点に送信し、その観測データを使って相対測位により移動観測点の位置を精密測定する技術である。ユーザが基準観測点を用意する必要がない、初期化時間を短縮できる等のメリットがある。サービス提供者により擬似測定値の生成方法等が異なる幾つかの方式がある。

A.4.5 精密単独測位 (PPP)

精密単独測位 (PPP : Precise Point Positioning) /9/ は単独観測点のみで測位を行う精密測位法であり相対測位と異なり基準観測点を必要としない。以下に精密単独測位の原理と手法につき説明する。

A.4.5.1 精密単独測位の手法

精密単独測位の原理は擬似距離を使った通常

の単独測位と同様であり、衛星軌道・時計を既知として固定し複数衛星の測位信号観測値を使って観測点位置と受信機時計誤差を推定する。ただし精密単独測位では基本観測量として差をとらない(Undifferenced)搬送波位相を使用するためより高精度の測位が可能となる。単独測位と精密単独測位の比較を表 A.4.4 に示す。

表 A.4.4 単独測位と精密単独測位の比較

項目	単独測位	精密単独測位
基本観測量	擬似距離	搬送波位相
軌道・時計	放送暦	精密暦
電離層遅延	モデル補正	二周波線形結合
対流圏遅延	モデル補正	モデル+推定
位相バイアス	なし	推定(Float)
精密補正	なし	有り

以下に、精密単独測位についてカルマンフィルタを使って推定を行う例を使ってその手法を説明する。

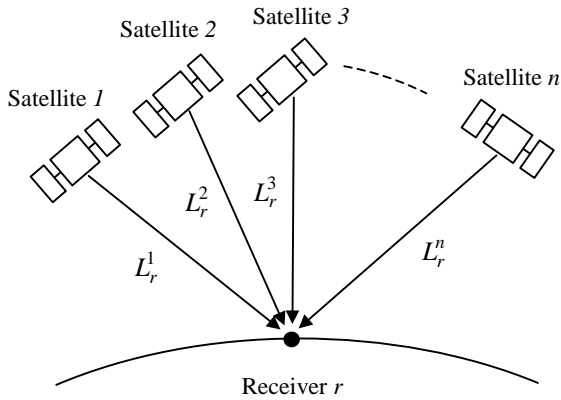


図 A.4.10 精密単独測位の概念図

地球固定座標系での観測点 r の位置を \mathbf{r}_r とする。観測点 r で一定期間衛星 $1, 2, 3, \dots, n$ の二周波搬送波位相測定を行いその観測データが得られたとする。また観測期間中にサイクルスリップは発生しないと仮定する。以上の前提でカルマンフィルタで推定する未知パラメータ \mathbf{x} を以下と置く。

$$\mathbf{x} = (\mathbf{r}_r^T, dt, ZWD, N_{LC_r}^1, N_{LC_r}^2, \dots, N_{LC_r}^n)^T$$

ここで観測点位置 \mathbf{r}_r 以外に受信機時計誤差 dt 、観測点の天頂湿潤遅延 ZWD 、電離層フリー線形結合搬送波位相バイアス $N_{LC_r}^1, N_{LC_r}^2, \dots, N_{LC_r}^n$ を未知パラメータとしている。

観測開始時の \mathbf{x} の概略推定値を $\mathbf{r}_0, dt_0, ZWD_0, N_{LC_r0}^1, \dots$ 、その推定誤差標準偏差を $\delta_x, \delta_y, \delta_z, \delta_{dt}, \delta_{ZWD}, \delta_N, \dots$ として、カルマンフィルタにおける初期推定値 $\hat{\mathbf{x}}_1(-)$ 及び初期推定値共分散行列 $\mathbf{P}_1(-)$ を以下の様に置く。なおここで観測開始時の概略推定値は単独測位、標準大気モデル、擬似距離測定値等から求める。

$$\hat{\mathbf{x}}_1(-) = (\mathbf{r}_0^T, dt_0, ZWD_0, N_{LC_r0}^1, N_{LC_r0}^2, \dots, N_{LC_r0}^n)^T$$

$$\mathbf{P}_1(-) = \text{diag}(\delta_x^2, \delta_y^2, \delta_z^2, \delta_{dt}^2, \delta_{ZWD}^2, \delta_N^2, \dots, \delta_N^2)$$

観測期間中の観測時刻を t_1, t_2, \dots, t_m とする。観測時刻 t_k で得られた搬送波位相測定値を使って以下の観測量ベクトルを作る。ここで LC_r^s は衛星 s の搬送波位相電離層フリー線形結合を示す。

$$\mathbf{z}_k = (LC_r^1, LC_r^2, \dots, LC_r^n)^T$$

以上より、観測モデル、計画行列及び観測誤差共分散行列は(A.4.8)を使って以下で表される。

$$\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k(-)) = \begin{pmatrix} \rho_r^1 + c(dt - dT^1) + T_r^1 + \hat{N}_{LC_r}^1 \\ \rho_r^2 + c(dt - dT^2) + T_r^2 + \hat{N}_{LC_r}^2 \\ \vdots \\ \rho_r^n + c(dt - dT^n) + T_r^n + \hat{N}_{LC_r}^n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{H}_k = \begin{pmatrix} \partial \rho_r^1 / \partial \hat{\mathbf{r}}_r & c & M_{wet}(El_r^1) & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \partial \rho_r^2 / \partial \hat{\mathbf{r}}_r & c & M_{wet}(El_r^2) & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \partial \rho_r^n / \partial \hat{\mathbf{r}}_r & c & M_{wet}(El_r^n) & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_k = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_n^2)$$

ここで ρ は時刻 t_k の観測点位置の更新前推定値 $\hat{\mathbf{r}}_r$ を使って求めた幾何学距離である。 dT^s は衛星 s の衛星時計誤差で精密暦から求める。 T_r^s は対流圏遅延であり天頂湿潤遅延推定値 ZWD を使った対流圏遅延モデルから求める。また M_{wet} は湿潤遅延マッピング関数、 El_r^s は衛星仰角、 σ_i は観測 i の観測誤差標準偏差である。以上をカルマンフィルタの観測更新則(A.4.19)に適用することにより時刻 t_k における未知パラメータ推定値 $\hat{\mathbf{x}}_k(+)$ 及び推定値共分散行列 $\mathbf{P}_k(+)$ が得られる。

受信機時計の時間変動は White-Noise モデル、天頂湿潤遅延の時間変動は Random-Walk 過程でモデル化するものとし、観測点位置は一定すな

わちスタティック測位の場合とするとカルマンフィルタの時間更新則は以下の様に書ける。

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{k+1}(-) &= (\hat{\mathbf{r}}_r^T, dt_0, Z\hat{W}D, \hat{N}_{LC_r}^1, \hat{N}_{LC_r}^2, \dots, \hat{N}_{LC_r}^n)^T \\ \Phi(t_{k+1}, t_k) &= \text{diag}(1, 1, 1, 0, 1, 1, \dots, 1) \\ \mathbf{Q}_k &= \text{diag}(0, 0, 0, \delta_{dt}^2, \sigma_{ZWD}^2 \Delta t, 0, 0, \dots, 0) \\ \mathbf{P}_{k+1}(-) &= \Phi(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}_k(+) \Phi(t_{k+1}, t_k)^T + \mathbf{Q}_k\end{aligned}$$

ここで $\hat{\mathbf{r}}_r, Z\hat{W}D, \hat{N}_{LC_r}^1, \dots$ はそれぞれ t_{k+1} における観測更新前推定値、 dt_0 は単独測位等で求めた受信機時計誤差概略推定値、 δ_{dt} は dt_0 の推定誤差標準偏差、 σ_{ZWD} は天頂湿潤遅延のプロセスノイズ標準偏差、 $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ である。キネマティック測位の場合には上記の時間更新則を以下に様に変更する。

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{k+1}(-) &= (\mathbf{r}_0^T, dt_0, Z\hat{W}D, \hat{N}_{LC_r}^1, \hat{N}_{LC_r}^2, \dots, \hat{N}_{LC_r}^n)^T \\ \Phi(t_{k+1}, t_k) &= \text{diag}(0, 0, 0, 0, 1, 1, \dots, 1) \\ \mathbf{Q}_k &= \text{diag}(\delta_x^2, \delta_y^2, \delta_z^2, \delta_{dt}^2, \sigma_{ZWD}^2 \Delta t, 0, 0, \dots, 0) \\ \mathbf{P}_{k+1}(-) &= \Phi(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}_k(+) \Phi(t_{k+1}, t_k)^T + \mathbf{Q}_k\end{aligned}$$

ここで \mathbf{r}_0 は単独測位等で求めた観測点 r の位置概略推定値、 $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ は \mathbf{r}_0 の x, y, z 成分推定誤差標準偏差である。後は逐次上記の手順を繰り返すことにより観測時刻 t_1, t_2, \dots, t_m での未知パラメータ推定値 $\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2, \hat{\mathbf{x}}_3, \dots, \hat{\mathbf{x}}_m$ が得られる。

以上が単純化したカルマンフィルタによる精密単独測位の手法であるが相対測位と同様に実際の解析においては色々な考慮が必要になる。

カルマンフィルタでは未知パラメータの時間変動モデルや他の測定値を推定プロセスに導入するのが容易だというメリットがあり、例えばキネマティック測位に適用した場合、観測点特有の運動モデルを時間更新則に追加したり INS 等他のセンサの測定値を導入したりすることにより精密な位置推定や運動モデルパラメータ推定等が可能となる。

なお、以上の例ではカルマンフィルタを用いた精密単独測位の手法を説明したが最小二乗法を使っても同様の推定が可能である。

精密単独測位では、相対測位と異なり二重差による各種誤差要因が消去または低減されないため精密な補正が必須となる。従って、上記でも電離層遅延に関しては電離層フリー線形結合、対流

圏遅延については推定パラメータを使った精密モデルで補正を行っている。それ以外の受信アンテナ位相中心、局位置変動、Phase-Windup 等の誤差要因についても、必要な精度に応じて先に説明したモデルを使って補正を行う必要がある。

A.4.5.2 精密単独測位の応用

精密単独測位の応用として重要な技術について以下に簡単に紹介する。

(1) キネマティック PPP

相対測位と同様に、精密単独測位でも移動体の精密測位が可能でありキネマティック PPP と呼ばれる。航空機等の高速移動体の場合、相対測位では基準観測点を順次切り替える等の操作が必要になり解析が複雑になるが、精密単独測位では基準観測点が不要で解析が容易である。GPS 受信機を搭載した低軌道衛星の精密軌道決定に使われることもある。

(2) GDGPS(Global Differential GPS)

リアルタイムで決定した GPS/GNSS 衛星の精密軌道・時計情報を、通信衛星等を使ってユーザに送信することにより精密単独測位によりユーザの精密位置決定を行う技術である。通常の DGPS と異なり全世界でサービスが利用可能であり搬送波位相を使うためより精度が高い。既にいくつかの商用サービスが開始されている。

(3) 精密時刻同期

相対測位では二重差により時計誤差を消去して推定を行うため受信機時計の推定が直接はできない。これに比べ精密単独測位では観測点の受信機時計誤差を高精度に推定することができ、良い条件のもとで 100 psec 程度の精度が得られると言われている。地上の複数基準時計間の精密時刻同期に精密単独測位が利用されている。

(4) 可降水量分布推定

精密単独測位では測位と同時に対流圏遅延パラメータの推定が可能であり天頂湿潤遅延からは観測点の鉛直総水蒸気量である可降水量が推定できる。多数観測点の観測データを使って精密単独測位により可降水量の分布を求めることが行われている。特に精密単独測位は相対測位に比較し多数観測点解析の際の計算量が少ない等のメリットがある。

A.4.6 精密解析の実際

以下に実際の精密解析の手法につき流れを追って説明し具体的な解析例についても示す。ここでは後処理解析の例を示しておりリアルタイム解析では状況が異なる点が多いことに注意のこと。なお以下で示す図はすべて現在筆者が開発中の精密解析ソフトウェア GpsTools(GT) /10/ により出力した画面である。

A.4.6.1 観測データ

GPS/GNSS の観測データ、精密暦、解析結果、パラメータデータ等には国際的な標準形式が定められているため、精密解析でもそれらの形式のデータを使用することが多い。精密解析で使用する主な標準データ形式を表 A.4.5 に示す。

表 A.4.5 精密解析で使用する主な標準データ形式

データ種別	標準データ形式	
観測データ	RINEX OBS	
航法メッセージ	RINEX NAV	
気象観測データ	RINEX MET	
精密暦	衛星軌道・時計	NGS SP3, SP3c
	衛星・観測局時計	RINEX CLK
測位解析結果	SINEX	
電離層モデル	IONEX	

これらのうち観測データは RINEX と呼ぶ形式で取り扱われるのが普通で大部分の精密解析ソフトウェアがサポートしている。また多くの精密測位用 GPS/GNSS 受信機は観測データを RINEX 形式として出力できるか、または受信機独自形式から RINEX 形式への変換ユーティリティを持っている。RINEX 観測データはテキスト形式のファイルだが保存サイズを削減するため圧縮ファイルとして扱うこともある。この際一般的な圧縮形式である compress, gzip 形式や Hatanaka-Compression と呼ぶ RINEX 専用の高効率圧縮形式が使われる。

RINEX 観測データの例を図 A.4.11 に示す。RINEX 観測データのヘッダ部には受信機機種名、受信アンテナ名、観測点概略位置、受信アンテナ偏心ベクトル等の情報が含まれる。観測データ本体部には観測時刻、観測衛星リスト及び擬似距離及び搬送波位相測定値が含まれる。観測データ本体部には信号強度、ドップラーシフト等の測定値が含まれる場合がある。

観測時に同時に得られた航法メッセージ、気象観測データも RINEX 航法メッセージ形式、RINEX 気象観測データ形式で格納され後の精密

解析に使用される。

```

Text Viewer: K:\gps#obs_igs#200410\tskb2760.04o
Edit... Save... Option... Find Close
2.10 OBSERVATION DATA G (GPS) RINEX VERSION / TYPE
teqc 2002Mar14 GSI, Japan 20041002 00:55:00TCPGM / RUN BY / DATE
Linux 2.0.36|Pentium II|gcc -static|Linux|486/DX+ COMMENT
BIT 2 OF LLI FLAGS DATA COLLECTED UNDER A/S CONDITION COMMENT
TSKB MARKER NAME
217305005 MARKER NUMBER
GSI Geographical Survey Institute OBSERVER / AGENCY
1141 AOA BENCHMARK ACT 3.3.32.4 REC # / TYPE / VERS
312 ROAD/H/T DOME ANT # / TYPE
--3957199.2400 3310199.6680 3737711.7080 APPROX POSITION XYZ
0.0000 0.0000 0.0000 ANTENNA: DELTA H/E/N
1 1 WAVELENGTH FACT L1/2
6 L1 L2 P1 S1 S2 # / TYPES OF OBSERV
SNR is mapped to RINEX snr flag value [1,4-9] COMMENT
SNR: >=316 >=100 >=31.6 >=10 >=3.2 >0 bad=0 COMMENT
L1 & L2: 9 8 7 6 5 4 1 COMMENT
2004 10 1 0 0 0 0.0000000 0 8615G 9621622G29626618G 5 TIME OF FIRST OBS
04 10 1 0 0 0.0000000 0 8615G 9621622G29626618G 5 END OF HEADER
-5357611.975 7 -4174762.709 6 22864601.820 22864598.396 39.000
23.000
-22492393.358 9 -17526537.570 9 19849925.200 19849922.660 444.000
329.000
-5861064.444 7 -4567068.317 6 22990571.621 22990568.804 51.000
27.000
-9061948.117 7 -7061255.811 7 22562843.904 22562843.384 92.000
67.000
-4439003.550 7 -3458970.744 7 23049005.058 23049000.873 38.000
39.000
-7229768.608 7 -5633591.355 7 22450173.345 22450169.824 78.000
60.000

```

図 A.4.11 RINEX 観測データ例(一部)

観測データには同時観測した複数衛星の測位信号測定値が含まれる。現在運用中の GPS 衛星は 30 衛星であり位置に依存するが常時 4~10 機の GPS 衛星からの測位信号を受信できるのが普通である。衛星毎観測期間と観測衛星数の推移の例を図 A.4.12 に示す。この観測点の例では常時 6~10 衛星の観測データが得られている。

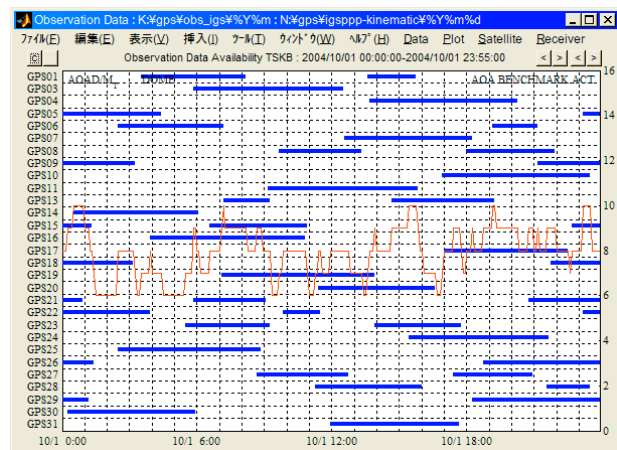


図 A.4.12 衛星毎観測期間と観測衛星数の推移例

精密解析で使用する観測データには擬似距離及び搬送波位相測定値が含まれる。二周波解析の場合は L1, L2 擬似距離及び搬送波位相測定値が含まれる観測データを使用する。なお観測データには L1 擬似距離測定値として C/A コードによる C1 と P コードによる P1 の両者が含まれる場合がある。二周波受信機で観測した L1, L2 擬似距離測定値の例を図 A.4.13 に搬送波位相測定値の

例を図 A.4.14 に示す。

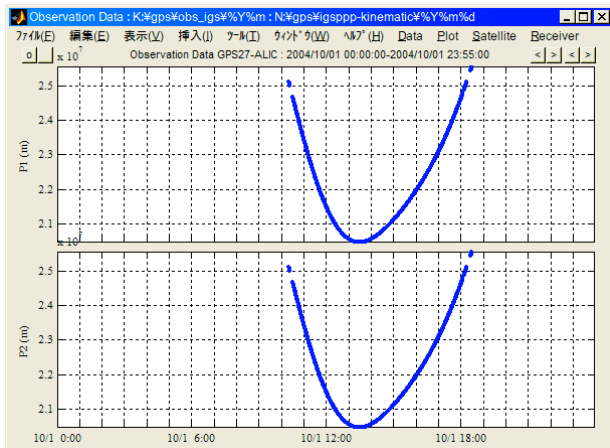


図 A.4.13 L1,L2 擬似距離測定値の例

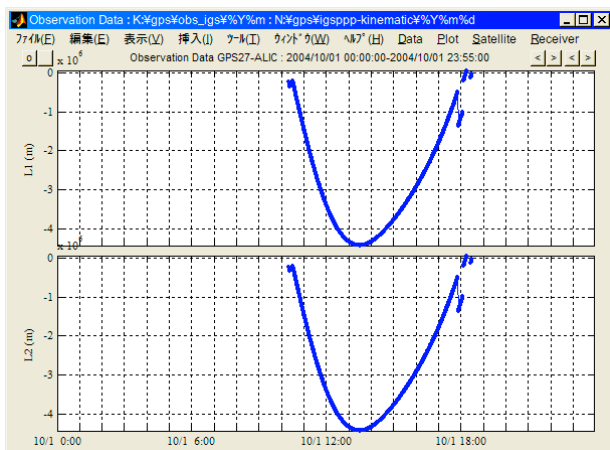


図 A.4.14 L1,L2 搬送波位相測定値の例

図 A.4.14 の搬送波位相測定値の端の方で測定値が乱れ、飛んでいるのがいわゆるサイクルスリップである。この例では大きな飛びが発生しているため識別可能だがより小さいサイクルスリップでは搬送波位相測定値をプロットして見ても殆ど識別できないことが多い。

A.4.6.2 観測データの編集

RINEX 観測データの分割、併合、ヘッダ情報修正等の編集が必要になることがある。この目的のツールの中で最も一般的なユーティリティが UNAVCO(University NAVSTAR Consortium) で開発された TEQC である。TEQC は受信機独自データ形式と RINEX 形式間の変換機能、RINEX 観測データの編集機能を持つ他に、QC モードと呼ぶ品質チェック機能が付加されている。TEQC の QC モードでは RINEX 観測データ、航法メッセージデータを入力すると観測データ

数、マルチパス、サイクルスリップ数等の統計情報をレポートとして出力してくれるのでそれにより観測データの品質をチェックすることができる。図 A.4.15 に TEQC の QC モードレポート出力結果例を示す。

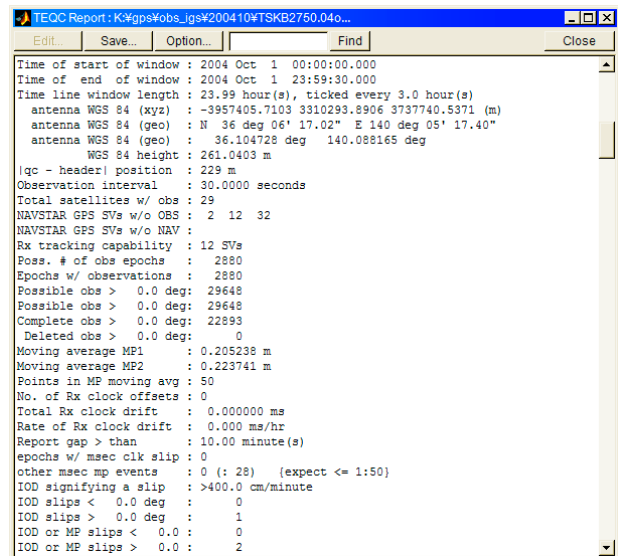


図 A.4.15 TEQC QC モードレポート出力例(一部)

A.4.6.3 単独測位による概略値計算

観測データの前処理段階で後の解析処理で使用するため、放送暦及び擬似距離測定値を使用した単独測位により観測時刻毎に衛星位置、観測点位置、受信機時計誤差、衛星方位・仰角等の概略推定値が求められることが多い。ここで単独測位については適当な文献を参照のこと。単独測位で求めた衛星位置、観測点位置、受信機時計誤差等の概略推定値は後の解析処理で以下の目的に使用される。

- (1) 受信機時計飛びの検出
- (2) サイクルスリップ検出
- (3) 観測点位置推定初期値
- (4) 受信機時計誤差推定初期値
- (5) 幾何学距離算出時の受信機時計誤差項
- (6) 仰角カットオフ判定
- (7) 衛星の食期間判定
- (8) 異常衛星検出・除外

A.4.6.4 受信機時計飛びの検出と修正

GPS/GNSS 受信機の中には受信機時計誤差が一定値以上大きくなるよう周期的に受信機時計の飛びを起こして時計を修正するものがある。この受信機時計の動作は Clock Steering と

呼ばれる。これらの受信機では時計飛びと同時に擬似距離測定値に飛びが発生する場合がある。受信機時計飛びを起こしている受信機の擬似距離測定値の例を図 A.4.16 に示す。擬似距離測定値の飛びは後から述べるサイクルスリップ検出において誤動作を引き起こすため、観測データ前処理の段階でこれらの飛びを検出して観測データを修正することが行われる。

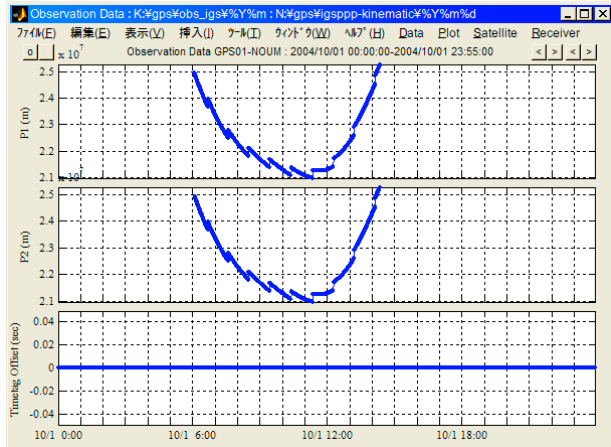


図 A.4.16 擬似距離測定値飛びの例

擬似距離測定値飛びの検出には直接擬似距離測定値の観測時刻間差により検出する方法や単独測位による受信機時計誤差推定値の飛びを検出する方法が取られる。検出された擬似距離測定値飛びは以下の様に修正する。観測時刻を $t_i (i=1,2,3,\dots,m)$ としその時の擬似距離測定値を P_i とする。受信機時計飛び位置を k 、時計飛び量を Δt (sec) として修正後の観測時刻 t'_i 、擬似距離測定値 P'_i は以下の様に示される。ここで時計飛び量 Δt は時計飛び推定値を 1 msec の倍数に丸めた値が用いられる。

$$P'_i = P_i - c\Delta t$$

$$t'_i = t_i - \Delta t \quad (i = k, k+1, k+2, \dots, m)$$

以上のように受信機時計飛び以降の擬似距離測定値から一定の時計オフセット分を引いて測定値の飛びを解消すると同時に観測時刻をそれと矛盾しないように修正する。擬似距離 P は (A.4.1) に示すように観測時刻から衛星送信時刻を引いて光速を掛けたものと定義されるので以上の修正で解析に使う観測モデルを変更する必要はない。なおここで通常搬送波位相測定値に飛びは発生しないので修正しない。受信機時計飛び

修正後の擬似距離測定値の例を図 A.4.17 に示す。図の下段は修正後観測時刻の修正前観測時刻との差分を示している。

以上の擬似距離測定飛びの修正は精密解析の前に、受信機または RINEX 観測データ出力時に行われている場合がある。その場合でも複数観測データを併合して長時間の解析を行う場合、その観測データ間の繋ぎ目で同様の擬似距離測定値飛びが現れることがありその場合は同様に修正を行う必要がある。

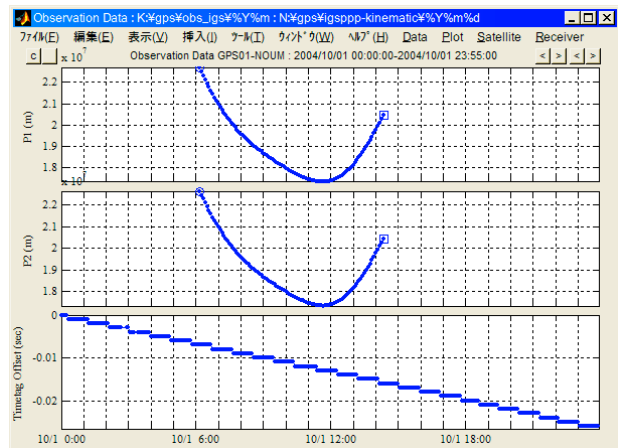


図 A.4.17 受信機時計飛び修正後の擬似距離測定値

A.4.6.5 サイクルスリップの検出と修正

搬送波位相測定値を使った精密測位においてサイクルスリップの検出及び修正は重要な課題であり信頼性の高いサイクルスリップ検出及び修正は測位精度の向上に欠かせないものである。なおサイクルスリップ検出及び修正を後のパラメータ推定時に同時に行う場合もあるが一般には観測データ前処理の段階で行うことが多い。

サイクルスリップは搬送波位相バイアスの整数不定性が別の値に設定される現象なので搬送波位相測定値の飛びとして現れる。ただし測定値には幾何学距離、時計誤差等の大きな時間変動が乗っているため直接はそれらの変動とサイクルスリップとを区別するのが難しい。従って複数観測量の線形結合により搬送波位相測定値の飛びを強調し検出することが行われる。搬送波位相測定値の観測時刻間の二重差、三重差を使って飛びを検出する場合も有る。相対測位の場合はこれらの検出は観測量の二重差を取った後に行われることが多い。これは時計誤差項、対流圏遅延、電離層遅延項が消去または低減されるためサイクルスリップを検出し易くなることによる。

さてサイクルスリップ検出には以上のように

各種の手法があるが測定値の差を取らないサイクルスリップ検出方法として一般的な手法である二周波搬送波位相と擬似距離測定値を併用して検出する方法を例として以下に紹介する。この手法では幾何学フリー線形結合および Melbourne-Wübbena 線形結合を使用してサイクルスリップを検出しそのスリップ量を推定する。搬送波位相幾何学フリー線形結合 LG の定義と観測モデルを再掲すると以下の様になる。

$$LG \equiv L_1 - L_2 = -(I_1 - I_2) + (\lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2) + \varepsilon_{LG}$$

LG には幾何学項が消えて電離層遅延項と搬送波位相バイアス項のみ残っており観測誤差 ε_{LG} も通常は cm 以下の値である。サイクルスリップ時には搬送波位相バイアス N_1, N_2 に整数値の飛びが表れるがこの際に LG に現れる飛びを表 A.4.6 に示す。

表 A.4.6 サイクルスリップ時の LG 飛び量(cm)

$L1 \backslash L2$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	-24	-49	-73	-98	-122	-147	-171	-195	-220	-244
1	19	-5.4	-10	-54	-79	-103	-128	-152	-176	-201	-225
2	38	14	-11	-35	-60	-84	-109	-133	-157	-182	-206
3	57	33	8.2	-16	-41	-65	-89	-114	-138	-163	-187
4	76	52	27	2.9	-22	-46	-70	-95	-119	-144	-168
5	95	71	46	22	-2.5	-27	-51	-76	-100	-125	-149
6	114	90	65	41	17	-7.9	-32	-57	-81	-106	-130
7	133	109	84	60	36	11	-13	-38	-62	-87	-111
8	152	128	103	79	55	30	5.7	-19	-43	-68	-92
9	171	147	122	98	74	49	25	0.3	-24	-49	-73
10	190	166	142	117	93	68	44	19	-5.1	-30	-54

($\Delta N \leq 10$ 、太字: 10cm 以下の飛び)

搬送波位相バイアス N_1, N_2 の飛び量をそれぞれ $\Delta N_1, \Delta N_2$ としてサイクルスリップを $(\Delta N_1, \Delta N_2)$ で表すと(9,7)以外のスリップは LG に大きさが 2.5 cm 以上の飛びとして現れる。従って電離層遅延 $(I_1 - I_2)$ の時間変動がこの値に比較し十分小さければ LG の観測時刻間差を適当な閾値と比較することによりサイクルスリップを検出することができる。すなわち観測時刻 t_i の搬送波位相幾何学フリー線形結合を LG_i (m)、最大 L1 電離層遅延変動を ΔI_{max} (m/sec)として以下を満たす k をスリップ位置と判定する。

$$|LG_k - LG_{k-1}| > \frac{(1 - f_1^2/f_2^2)\Delta I_{max}}{t_k - t_{k-1}}$$

以上の搬送波位相幾何学フリー線形結合では検出困難なサイクルスリップ例えば(9,7)は他の線形結合を使って検出する。Melbourne-Wübbena 線形結合 MW の定義と観測モデルを以下に再掲する。

$$\begin{aligned} MW &\equiv \lambda_{WL}(L_1/\lambda_1 - L_2/\lambda_2) - \lambda_{NL}(P_1/\lambda_1 + P_2/\lambda_2) \\ &= \lambda_{WL}(N_1 - N_2) + \varepsilon_{MW} \end{aligned}$$

MW にはサイクルスリップが発生しなければ定数となる搬送波位相バイアス項と観測誤差項のみを含む。またワイドレーン波長 $\lambda_{WL} = 86\text{cm}$ でありサイクルスリップ時には大部分のケースで 86 cm 以上の飛びを生じる。例えば(9,7)のスリップでは 172 cm の飛びが現れるので観測時刻間の差を取るによりサイクルスリップを検出することが出来る。ただし低仰角の擬似距離測定値にはしばしばマルチパスの影響による 1m を超える観測誤差が乗り大きく変動するためこれらの雑音成分による誤検出を避けるため平滑化を行う。よく使われるのは移動平均フィルタでスリップ判定点の前後それぞれの何点かの測定値の平均をとって比較し飛びを検出する。すなわち観測時刻 t_i の Melbourne-Wübbena 線形結合を MW_i (m)、平均化観測点数を n 、スリップ検出閾値を ΔMW_{max} (m)として以下を満たす k をスリップ点と判定する。

$$\left| \frac{1}{n} \sum_{i=k}^{k+n-1} MW_i - \frac{1}{n} \sum_{i=k-n}^{k-1} MW_i \right| > \Delta MW_{max}$$

ただしこの方法では L1, L2 搬送波位相が同一量スリップした場合、例えば(1,1)、(2,2)等のサイクルスリップは検出できない。また以上の方法では L1, L2 搬送波位相のどちらがサイクルスリップを起こしているか、あるいは両者がスリップしているか判断ができないことに注意のこと。

搬送波位相測定値に発生したサイクルスリップが線形結合 LG, MW に現れた例を図 A.4.18 に示す。この例では観測時刻 19:11 にサイクルスリップが発生し LG が約 20 cm 、 MW が 1 cycle(86 cm)の飛びを起こしている。表 A.4.6 からこれは(1,0)のサイクルスリップであることが分かる。実際の観測データではこの例の様な小さいサイクルスリップは少なくずっと大きな飛びを示すことが多いのでその場合サイクルスリップの検出はもっと容易である。

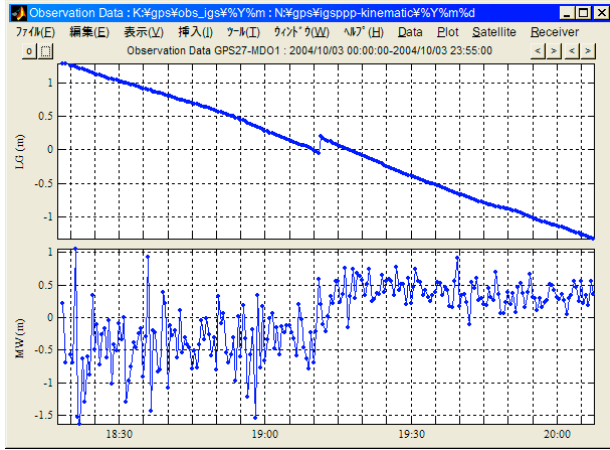


図 A.4.18 LG, MW に現れたサイクルスリップの例

以上がサイクルスリップ検出の基本的な原理であるが現実の観測データでは単純には行かない。まず LG 飛びの検出では電離層遅延の時間変動が十分に小さいことを仮定していたが太陽活動活発期や低緯度観測点ではよく電離層遅延の大きな時間変動を起こすため差を取らない測定値ではサイクルスリップとの識別が難しい場合が多い。特に観測時刻間隔が 30 sec の様に長い場合、大きな電離層遅延変動をサイクルスリップと誤判定してしまうのを完全に避けるのは困難である。 MW 飛びによる検出も擬似距離測定値に含まれるマルチパスが大きい場合には誤検出や検出漏れを起こしやすい。これらの検出漏れを防ぐため、その他の線形結合例えば $L1, L2$ マルチパス線形結合 MP_1, MP_2 等を組み合わせて検出に使用する場合もある。

次にサイクルスリップ修正の手法につき説明する。サイクルスリップ修正にはまず $L1, L2$ 搬送波位相それぞれのスリップ量を推定する必要がある。最初に電離層遅延の時間変動が短い時間内では十分に滑らかであると仮定して多項式 **Fitting** により搬送波位相幾何学フリー線形結合のスリップ量を推定する。上記手順で求めたサイクルスリップ検出点を k 、スリップ量推定に使用するスリップ点前後観測点数を n 、**Fitting** に使用する多項式の次数を n_{max} として搬送波位相幾何学フリー線形結合スリップ量 ΔLG (m) は以下で求められる。

$$\mathbf{x} = (LG_{k-n}, \dots, LG_{k-1}, LG_k, \dots, LG_{k+n-1})^T$$

$$t'_i = \frac{2(t_i - t_{k-n})}{t_{k+n-1} - t_{k-n}} - 1$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & t'_{k-n} & t'_{k-n}{}^2 & \dots & t'_{k-n}{}^{n_{max}} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & t'_{k-1} & t'_{k-1}{}^2 & \dots & t'_{k-1}{}^{n_{max}} & 0 \\ 1 & t'_k & t'_k{}^2 & \dots & t'_k{}^{n_{max}} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & t'_{k+n-1} & t'_{k+n-1}{}^2 & \dots & t'_{k+n-1}{}^{n_{max}} & 1 \end{pmatrix}$$

$$(a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n_{max}}, \Delta LG)^T = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{x}$$

次にワイドレーンスリップ量を推定する。スリップ量推定に使用するスリップ点前後観測点数を n としてワイドレーンスリップ量 ΔWL (m) は以下で求められる。

$$\Delta WL = \frac{1}{n} \sum_{i=k}^{k+n-1} MW_i - \frac{1}{n} \sum_{i=k-n}^{k-1} MW_i$$

$L1, L2$ 搬送波位相スリップ量を $\Delta N_1, \Delta N_2$ (cycle) として以下の連立方程式を解いて解を適当な整数に丸めることにより各スリップ量を求めることができる。

$$\begin{cases} \lambda_1 \Delta N_1 - \lambda_2 \Delta N_2 = \Delta LG \\ \lambda_{WL} (\Delta N_1 - \Delta N_2) = \Delta WL \end{cases}$$

以上で $L1, L2$ 搬送波位相毎のスリップ量が求まる。観測時刻 t_i ($i = 1, 2, 3, \dots, m$) のサイクルスリップ修正後の $L1, L2$ 搬送波位相測定値を L'_{1i}, L'_{2i} (m) として以下のようにサイクルスリップ修正を行うことができる。

$$\begin{aligned} L'_{1i} &= L_{1i} - \lambda_1 \Delta N_1 \\ L'_{2i} &= L_{2i} - \lambda_2 \Delta N_2 \end{aligned} \quad (i = k, k+1, k+2, \dots, m)$$

サイクルスリップ修正の原理は以上であるが現実の観測データではしばしばスリップ量推定が難しい場合がある。まず上記連立方程式を解いて解を整数に丸める際に信頼度よく丸めることが出来ない場合がある。これは電離層遅延時間変動や擬似距離測定値に載ったマルチパスにより各線形結合のスリップ量推定値の精度が良くないことが主な原因である。またサイクルスリップが連続的に発生したり前後の測定値が欠落することがよくあり、この際もスリップ量推定値の誤差が大きくなる。従って信頼度良くスリップ量を確定できない場合には修正はあきらめスリップ

位置のみ記録し前後の観測データを別々のアーキと見なして別々の搬送波位相バイアスを推定することになる。サイクルスリップの誤修正は測位精度を非常に悪化させるのでスリップ量推定値の信頼度が低い場合は修正を行わないほうが結果が良くなることが多い。

サイクルスリップ修正の必要性はスタティック測位とキネマティック測位とではずいぶん異なる。スタティック測位ではもともとサイクルスリップ頻度が少ないし実際修正を行っても精度改善は僅かである。従って一般的には誤修正のリスクを負ってまで修正を行うメリットはあまりない。これに比較しキネマティック測位では頻繁にサイクルスリップが起きる場合が多いし、修正を行わない場合、再初期化が必要になったり測位精度が大きく悪化する場合が多い。従ってサイクルスリップ修正を行うか否かは状況を良く見て判断する必要がある。

A.4.6.6 パラメータ推定

以上で観測データの前処理が終わり、サイクルスリップが検出・修正された搬送波位相測定値が得られる。後はこれらの観測データを使ってA.4.4、A.4.5で説明した精密測位の手法に従って観測点位置等を未知パラメータとして推定を行うことになる。

ここで特にスタティック測位においては推定に使用する観測データの間引きを行うことが多い。これは例えば30秒間隔の観測データから5分間隔の測定値のみを抽出し、推定にはそのデータのみ使用するという操作である。この目的は主に解析時間の削減であるが高時間分解能の観測データが必ずしも高精度に結びつかないという理由もある。これは観測時刻の近い観測データにはマルチパスや対流圏遅延補正残差等相関の高い系統誤差が含まれることが多く各測定値間の独立性が必ずしも良くないためであると考えられる。

A.4.6.7 アウトライアの検出と除去

観測データ中には異常な値を示すデータが含まれることがありこれが精密解析における推定値精度を劣化させる。異常データの原因は様々だが単なる観測誤差以外に、例えば機器の故障、データ転送エラー、プログラムバグ、人為的なミス等が含まれる。A.4.2.3で示した衛星の予期しない動作や不調が原因の場合も有る。これらの異常

観測データは時に1000 mを超える誤差を示すためこれらのデータを識別し除外しないと推定値に大きな誤差を引き起こすことになる。これらの異常観測データはアウトライア(Outlier)と呼ばれる。これらの異常データを識別するためには事後残差(postfit residuals)の検査を行う。観測データを \mathbf{z} 、観測モデルを $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ 、最小二乗法で求めた未知パラメータの推定値を $\hat{\mathbf{x}}$ として事後残差 \mathbf{s} は以下の様に表せる。

$$\mathbf{s} = \mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})$$

ここで事後残差を $\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3, \dots, s_m)^T$ 、観測誤差標準偏差を $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_m$ として以下を満たす観測データ i をアウトライアとして識別する。

$$|s_i| > n\sigma_i$$

ここで通常 n は4~5とする。識別されたアウトライアは観測データから除去され、残りの観測データを使って再度パラメータ推定を行い最終的にアウトライアが検出されなくなるまで繰り返す。カルマンフィルタではアウトライアに対してより敏感で異常観測データが原因で解析途中で推定値が発散することがあるためより厳格にこれらのチェックを行う必要がある。

その他、衛星毎、観測点毎のアウトライア率や事後残差RMS等の統計情報を使って異常衛星や異常観測点を識別し衛星、観測点ごと観測データの除去を行うこともある。

A.4.6.8 精密解析の例

さて以上で示した精密解析を行うには通常GPS/GNSS用精密解析ソフトウェアを使用する。ここでこれらのソフトウェアを使用した解析の例として筆者が開発中の精密解析ソフトウェアGpsTools(GT)を使って地上観測点の精密測位を行った例を示す。使用した観測データを図A.4.19に示す。また解析パラメータ設定値を図A.4.20に示す。上段が全体の解析条件設定画面であり、使用衛星、観測点、推定開始日時、推定間隔、推定期間、推定パス、推定戦略、推定・固定パラメータ、推定モデル、入出力ディレクトリ等を設定している。下段が推定・観測モデルの詳細パラメータ設定でありカットオフ角、対流圏遅延モデル、対流圏マッピング関数、観測誤差パラメータ、使用フィルタ、精密観測補正項のOn/Off、

局位置変動モデルの On/Off、気象パラメータ等を設定している。その他観測誤差、初期値標準偏差、プロセスノイズ標準偏差、品質管理パラメータ、各種設定ファイル等を設定する必要がある。

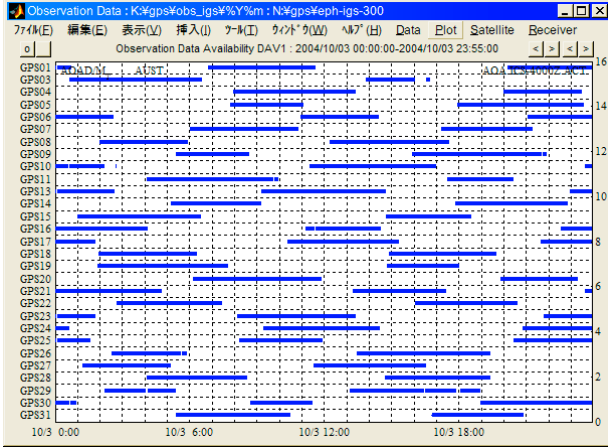


図 A.4.19 使用観測データ

方向のばらつきを示している。この例では南北方向 2 cm 以内、東西方向 1 cm 以内、上下方向 4 cm 以内程度の位置再現性が得られている。

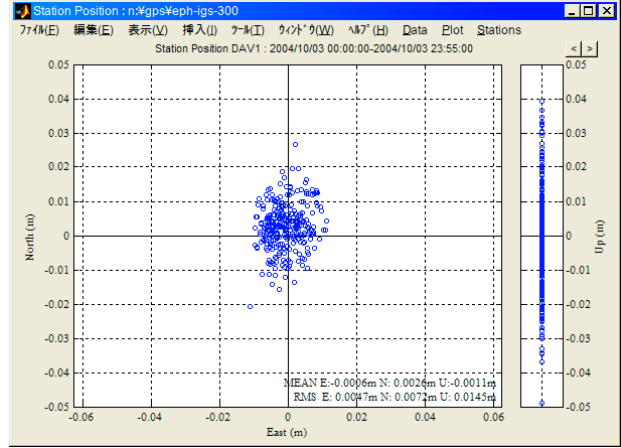


図 A.4.21 測位結果の表示

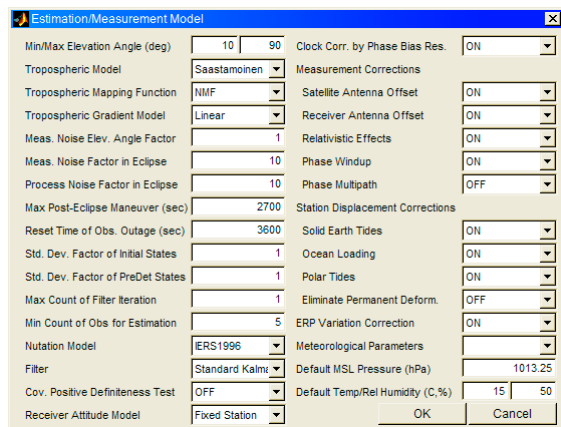
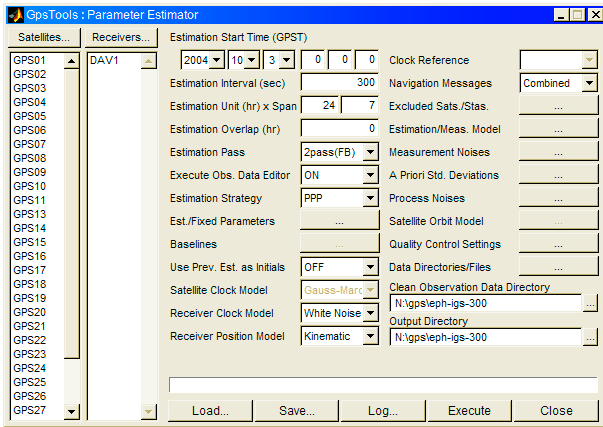


図 A.4.20 解析パラメータの設定

この例ではキネマティック PPPにより 24H 300 sec 間隔で観測点位置を推定している。以上の解析で得られた観測点位置推定値のプロットを図 A.4.21 に示す。ここで左が水平方向、右が垂直

以上の解析時出力された解析ログファイルを図 A.4.22 に示す。解析ソフトウェアにもよるが解析時の推定条件、統計情報、残差、警告や情報を解析ログファイルとして同時出力するケースが多い。

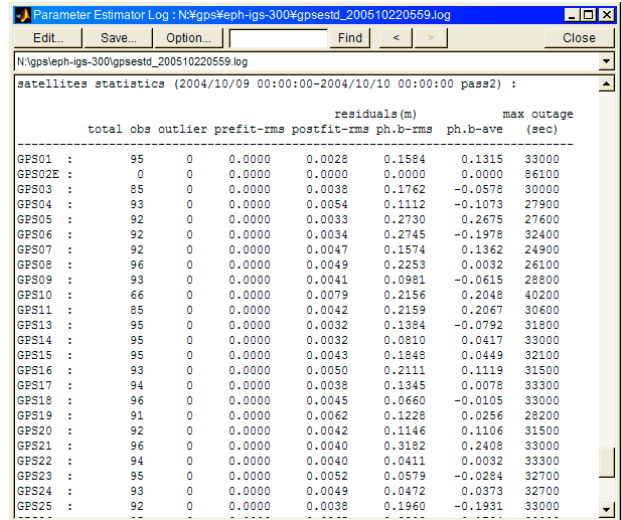


図 A.4.22 解析ログファイル(一部)

A.4.7 おわりに

以上 GPS/GNSS による精密測位の理論及び解析処理の手法について解説した。精密測位には厳密なモデルを含んだ理論面の理解と実観測データに依存した泥臭い実践面の工夫の両者が必要である。本稿を読まれた方が少しでも精密測位技術に興味を持ちそれが今後のより高度な技術開発につながってくれば幸いである。

A.4.付 座標系の定義と変換

本文で使われている座標系の定義とそれらの間の変換を以下にまとめる。

A.4.付.1 地球固定座標系

精密測位において一般に使用される座標系は地心地球固定座標系(ECEF: Earth Centered Earth Fixed)である。地心地球固定座標系は地球重心を原点にして北極方向を z 軸、グリニッジ子午線面を x 軸に、右手直交座標系を成すよう y 軸を定めた三次元直交座標系である。地球固定座標系のうち国際標準の基準座標系と呼べるのが国際地球回転事業(IERS: International Earth Rotation Service)が構築・維持している国際地球基準座標系(ITRF: International Terrestrial Reference Frame)である。ITRF の最新のものは ITRF2000 と呼ばれ VLBI、SLR、GPS 等の精密測地技術で決定した全世界の基準点の座標及び速度(座標変化率)により定義される。

なお GPS が準拠する基準座標系は厳密には米国が構築・維持している基準座標系である WGS84 だが現在はほぼ ITRF と同一のものと考えてよい。本文中及び以下では簡単のためこれらの標準的な地心地球固定座標系のことを単に地球固定座標系と呼ぶ。

これらの地球固定座標系で地球重心を原点として定義されるが例えば ITRF の原点と瞬時の地球重心には僅かな差がありかつその値は時間変動していることが宇宙測地技術を使った精密な観測で分かってきた。この差を Geocenter Offset と呼ぶが通常 1 cm 未満の値であり無視することが多い。

A.4.付.2 緯度・経度・高度

観測点の緯度・経度を ϕ, λ 、高度を h (m) とすると地球固定座標系での観測点位置 \mathbf{r} (m) は以下で表すことができる。

$$h' = h + \text{Geoid}(\phi, \lambda)$$

$$e^2 = f(2 - f)$$

$$v = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}}$$

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} (v + h') \cos \phi \cos \lambda \\ (v + h') \cos \phi \sin \lambda \\ (v(1 - e^2) + h') \sin \phi \end{pmatrix}$$

ここで h' は楕円体高(m)である。 $\text{Geoid}(\phi, \lambda)$ は緯

度・経度 ϕ, λ におけるジオイド高(m)であり適当なジオイドモデルから求める。 a, f はそれぞれ地球赤道半径(m)及び地球扁平率でありジオイドモデルの準拠楕円体、一般には GRS80 または WGS84 で定義された値を使用する。図 A.4.23 に楕円体高、ジオイド高、高度の関係を示す。ここで厳密には鉛直線偏差の考慮が必要だが通常はその値は十分小さいので無視している。

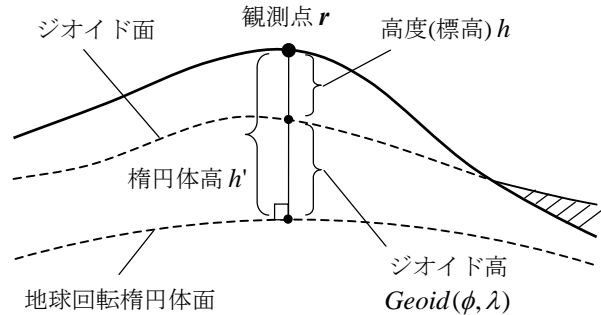


図 A.4.23 高度の関係

また逆に地球固定座標系での観測点の位置を \mathbf{r} (m) として、観測点の緯度・経度 ϕ, λ 、高度 h (m) は以下により求めることができる。

$$\mathbf{r} = (x, y, z)^T$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\phi_0 = 0, \quad \phi_{i+1} = \arctan \left(\frac{z}{r + \frac{ae^2 \tan \phi_i}{r\sqrt{1 + (1 - e^2) \tan^2 \phi_i}}} \right)$$

$$\phi = \lim_{i \rightarrow \infty} \phi_i$$

$$\lambda = \text{ATAN2}(y, x)$$

$$h = \frac{r}{\cos \phi} - \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2) \sin^2 \phi}} - \text{Geoid}(\phi, \lambda)$$

ここで緯度 ϕ は逐次近似計算により求める。

A.4.付.3 局地座標系

観測点の位置を原点として東、北、上方向をそれぞれ x, y, z 軸とする三次元直交座標系を観測点の局地水平面座標系(Local Tangent Coordinate)と呼ぶ。本文中及び以下では簡単のため観測点の局地水平面座標系のことを観測点の局地座標系と呼ぶ。観測点の緯度・経度を ϕ, λ として地球固定座標系から観測点の局地座標系への座標系回転行列 \mathbf{E}_r は以下で表される。

$$\mathbf{E}_r = \begin{pmatrix} -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\sin \phi \cos \lambda & -\sin \phi \sin \lambda & \cos \phi \\ \cos \phi \cos \lambda & \cos \phi \sin \lambda & \sin \phi \end{pmatrix}$$

逆に観測点の局地座標系から地球固定座標系への座標系回転行列は \mathbf{E}_r^T で表すことができる。

A.4.付.4 衛星固定座標系

衛星固定座標系は衛星重心位置を原点に、送信アンテナ方向を z 軸方向、太陽電池パドルの回転軸方向を y 軸とし、右手直交座標系を成すよう x 軸を決めた衛星に固定された三次元直交座標系である。ただしここで、太陽方向が x 軸の正の方向になる様その向きを決める。衛星固定座標系の定義を図 A.4.24 に示す。

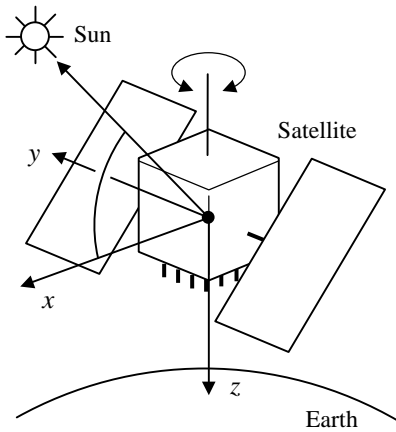


図 A.4.24 衛星固定座標系の定義(GPS)

地球固定座標系での衛星位置を \mathbf{r}^s 、太陽位置を \mathbf{r}_{sun} として衛星固定座標系から地球固定座標系への座標系回転行列 \mathbf{E}^s は以下で与えられる。

$$\mathbf{e}_z = \frac{-\mathbf{r}^s}{|\mathbf{r}^s|}, \quad \mathbf{e}_s = \frac{\mathbf{r}_{sun} - \mathbf{r}^s}{|\mathbf{r}_{sun} - \mathbf{r}^s|}, \quad \mathbf{e}_y = \frac{\mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_s}{|\mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_s|}$$

$$\mathbf{e}_x = \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_z$$

$$\mathbf{E}^s = (\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$$

なおこの変換は衛星がノミナルの姿勢すなわちアンテナ面を地心方向、太陽電池パドル面を太陽方向に向けているという仮定をおいている。従って食の場合等通常とは異なる姿勢制御モードにある場合正常な値を求めることができない。

A.4.付.5 慣性座標系

衛星軌道決定などの際に地心慣性座標系 (ECI : Earth Centered Inertial)での取扱いが必要になる場合がある。地球固定座標系と地心慣性座標系間の変換には、地球自転軸の方向や回転角を決定するために、精密な歳差・章動モデルや地球回転パラメータ (ERP : Earth Rotation Parameters)を使った複雑な計算が必要になる。詳細は/7/, /8/を参照のこと。通常の測位計算で地心慣性座標系を使うことは少ないのでここでは説明を省略する。

参考文献

- /1/ G.Blewitt, Basics of the GPS Technique: Observation Equations, Geodetic Applications of GPS, Swedish Land Survey, 1997
- /2/ IGS - International GNSS Service, formerly the International GPS Service, <http://igsceb.jpl.nasa.gov>
- /3/ J.Ray, K.Senior, IGS/BIPM Pilot Project: GPS carrier phase for time/frequency transfer and timescale formation, Metrologia 40 S270-S288, 2003
- /4/ J.A.Klobuchar, Ionospheric Effects on GPS, Global Positioning System: Theory and Applications Volume I, Ch.12, Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 163, AIAA, 1996
- /5/ A.E.Niell, Global mapping Functions for the atmosphere delay at radio wavelengths, J.Geophys. Res., 101B2, 3227-3246, 1996
- /6/ 中村編, GPS 気象学, 気象研究ノート 第192号, 日本気象学会, 1998
- /7/ D.D.McCarthy, IERS Technical Note 21, IERS Conventions (1996), July 1996
- /8/ D.D.McCarthy, G.Petit, IERS Technical Note 32, IERS Conventions (2003), Nov. 2003
- /9/ J.F.Zumberge et al., Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks, J.Geophys.Res., Vol.102 B3, p.5005-5018, 1997
- /10/ 高須, 笠井, 測位衛星用高精度軌道・時計決定ソフトウェアの開発, 第49回宇宙科学技術連合講演会, 2005